

UNIVERSITE DE NANCY
FACULTE DES SCIENCES

-*-*-*-*-

THESES

présentées à la Faculté des Sciences de NANCY

pour obtenir le titre de

DOCTEUR-INGENIEUR

par

Jean-Marie KAUFFMANN

Ingénieur E. N. S. E. M.

Licencié-ès-Sciences

Assistant à la Faculté des Sciences

-*-*-*-*-

1ère THESE : "Contribution à l'étude d'une machine synchrone homopolaire".

2ème THESE : (proposition donnée par la Faculté) "Eléments de
commutation de puissance."

Soutenues le 22 JUIN 1967 devant la Commission d'Examen

Composition du Jury

Messieurs

R. GUILLIEN

Président

A. FRUHLING

Examineurs

E. GUDEFIN

*

*

*

CONTRIBUTION A L'ETUDE

D'UNE MACHINE

SYNCHROME HOMOPOLAIRE

*

Doyen : M. AUBRY

Assesseur : M. GAY

Doyens Honoraires : MM. CORNUBERT - DELSARTE - ROUBAULT -

Professeurs Honoraires : MM. RAYBAUD - LAFFITTE - LERAY - JULY -
LAPORTE - EICHHORN - GODEMENT - DUBREUIL - L. SCHWARTZ -
DIEUDONNE - DE MALLEMANN - LONGCHAMBON - LETORT - DODE -
GAUTHIER - GOUDET - OLMER - CORNUBERT - CHAPELLE - GUERIN -
WAHL -

Maîtres de Conférences Honoraires : MM. LIEHNART - PIERRET -

Professeurs

MM. DELSARTE	Analyse Supérieure
ROUBAULT	Géologie
CAPELLE	Mécanique Rationnelle
VEILLIET	Biologie Animale
BARRIOL	Chimie Théorique
BIZETTE	Physique
GUILLIEN	Electronique
GIBERT	Chimie Physique
LEGRAS	Mécanique Rationnelle
BOLFA	Minéralogie et Cristallographie
NICLAUSE	Chimie
FAIVRE	Physique Appliquée
AUBRY	Chimie Minérale
COPENS	Radiogéologie
DUVAL	Chimie
FRUHLING	Physique
HILLY	Géologie
LE GOFF	Génie Chimique
SUHNER	Physique Expérimentale
CHAPON	Chimie Biologique

Mme BASTICK	Chimie M. P. C. (Epinal)
MM. GUDEFIN	Physique
ROCCI	Géologie
VUILLAUME	Psychophysiologie
FRENTZ	Biologie Animale
HORN	Physique Propédeutique
LAFON	Physique (I. S. I. N.)
MARI	Chimie (I. S. I. N.)
AUROUZE	Géologie
DEVIOT	Physique du Solide
FLECHON	Physique M. P. C.
Mle. HUET	Mathématiques S. P. C. N. (en disponibilité)
VIGNES	Métallurgie
BALESDENT	Thermodynamique Chimique appliquée
BLAZY	Minéralogie Appliquée (E. N. S. G.)
JANOT	Physique M. P. C. (Epinal)
JACQUIN	Pédologie et Chimie Agricole
MAINARD	Physique M. G. P.
CACHAN	Entomologie Appliquée (E. N. S. A.)
MARTIN	Chimie M. P. C.
PAULMIER	Mécanique Expérimentale
PROTAS	Minéralogie
COURTILLOT	Mécanique des Fluides
JOZEFOWICZ	Physico-Chimie
JURAIN	Géologie (S. P. C. N.)
RIVAIL	Chimie Appliquée (C. U. C. E. S.)
VILLERMAUX	Génie Chimique
METCHE	Biochimie Appliquée (Brasserie)
N.....	Probabilités et Statistiques
N.....	Mécanique (I. S. I. N.)
N.....	Mathématiques
N.....	Mathématiques M. P. C.
N.....	Mathématiques S. P. C. N.
N.....	Mathématiques Appliquées
N.....	Mécanique des Fluides (I. S. I. N.)
N.....	Physiologie Animale
N.....	Mathématiques M. P.

MM. HEROLD	Chimie Minérale Industrielle
SCHWARTZ B.	Exploitation Minière
* MALAPRADE	Chimie
MANGENOT	Botanique
GAYET	Physiologie
BONVALET	Mécanique Appliquée
HADNI	Physique
* BASTICK	Chimie
DUCHAUFOUR	Pédologie
GARNIER	Agronomie
NEEL	Chimie Organique Industrielle
BERNARD	Géologie Appliquée
* CHAMPIER	Physique
* GAY	Chimie Biologique
STEPHAN	Zoologie
* CONDE	Zoologie
* WERNER	Botanique
EYMARD	Calcul Différentiel et Intégral
LEVISALLES	Chimie Organique
Mme HERVE	Méthodes Mathématiques de la Physique
* GOSSE	Mécanique Physique
FELDEN	Physique
* DAVCINE	Physique (ENSMIM)
N.	Chimie Biologique

Année Scolaire 1966-1967

* Professeur titulaire à titre personnel



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41555020_0004

- AVANT - PROPOS -

- - - - -

Le présent travail, effectué dans le Laboratoire d'Electrotechnique de l'Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique à Nancy, nous a été proposé par Monsieur le Professeur E. GUDEFIN. Grâce à ses conseils et son aide constante, j'ai pu profiter pleinement de sa grande expérience et mener à bien cette recherche. Qu'il veuille bien trouver dans ces quelques mots, l'expression de ma profonde gratitude et de ma vive reconnaissance.

Nous adressons nos plus vifs remerciements à Monsieur le Directeur R. GUILLIEN, de nous avoir fait l'honneur d'accepter la présidence du jury.

Nous exprimons toute notre gratitude à Monsieur le Professeur A. FRÜHLING, pour les conseils éclairés qu'il nous a prodigués au début de nos travaux et nous le remercions d'avoir accepté de participer à notre jury.

Notre reconnaissance va également à tous nos camarades de Laboratoire, en particulier à Messieurs TEYSSONNEYRE et BEAUREGARD dont le concours sympathique nous a été fort utile.

Nous tenons également à remercier Madame BIGEARD et Monsieur JOUAVILLE, dont la diligence aimable a permis la réalisation de ce travail.

Nous n'oublierons pas non plus Messieurs LELONGE, GRILLET et LAUX pour l'aide précieuse qu'ils nous ont apportée.

° °

°

- TABLE DES MATIERES -
- - - - -

Introduction

4

Première Partie : Equations générales de la machine
homopolaire.

3

1 - Description et mise en oeuvre de la machine synchrone
homopolaire.

1.1 - Description de la machine.

3

1.2 - Caractéristiques.

6

1.3 - Mise en oeuvre

6

2 - Fonctionnement à vide

2.1 - Circulation du flux.

8

2.2 - Détermination de la tension à vide aux bornes
d'une bobine.

10

2.3 - Vérification expérimentale.

13

2.4 - Variation de la force électromotrice en fonction
du courant d'excitation.

15

3 - Etablissement des équations de fonctionnement.

17

3.1 - Expression des flux dans les différents enroulements.

3.2 - Expression des flux dans la machine diphasée
équivalente.

28

3.3 - Equations électriques de fonctionnement avec les
composantes de Park.

43

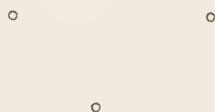
Deuxième Partie : Etude du fonctionnement de
la machine synchrone homopolaire

1 - Fonctionnement de la machine synchrone	48
1.1 - Equations	48
1.2 - Diagramme de tensions	49
1.3 - Caractéristiques externes de l'alternateur homopolaire.	50
1.4 - Caractéristiques externes expérimentales	52
2 - Fonctionnement en parallèle sur le réseau.	55
2.1 - Diagramme dans le plan des courants	55
2.2 - Diagramme dans le plan des tensions	60
2.3 - Diagrammes dans le plan des puissances	61
2.4 - Résultats expérimentaux	63
2.5 - Comparaison avec la machine à pôles saillants classique	68

Troisième Partie : Fonctionnement de la machine
homopolaire en régime transitoire

1 - Equations de fonctionnement transitoire	70
1.1 - Equations de couplage et transformation de Concordia	70
1.2 - Equations instantanées	73
1.3 - Equations symboliques	75
1.4 - Fonctionnement sur un réseau de puissance infinie	80
1.5 - Amortissement électrique	80
1.6 - Fonctionnement à couple constant et amortissement mécanique	81
2 - Stabilité intrinsèque sans amortissement	82
2.1 - Equation caractéristique et critères d' Hurwitz	82
2.2 - Stabilité statique	84
2.3 - Autres conditions de stabilité	85

3 - Etude expérimentale de la stabilité et interprétation.	91
3.1 - Limite expérimentale de stabilité	91
3.2 - Instabilité à vide et interprétation.	93
<u>Conclusion</u>	97
<u>Bibliographie</u>	99



Introduction.

Dans les machines synchrones classiques, les enroulements d'excitation placés sur le rotor nécessitent bagues et balais. Les contacts glissants peuvent être supprimés :

- en créant le flux au moyen d'aimants permanents logés dans le rotor, pour les machines de faibles puissances
- en modulant un flux fixe à l'aide d'une roue dentée pour les puissances plus importantes. Le stator de ces machines est muni d'une bobine d'excitation et d'un enroulement mono ou polyphasé pour recueillir la puissance.

Ces machines ont été construites depuis très longtemps, puisque MAUDUIT [1] en parlait déjà en 1904. Elles ont été utilisées en raison des vitesses élevées que leur permet l'absence de conducteurs au rotor, puis ont été pratiquement abandonnées. Le nombre de dents peut être considérablement augmenté et avant la mise au point des oscillateurs à lampes on a construit des alternateurs fournissant des tensions dont les fréquences pouvaient atteindre 32 000 Hz.

Les machines synchrones à modulation de flux existent sous les deux formes homopolaire et hétéropolaire. La distribution de flux de cette dernière change de signe le long de l'entrefer. Cela nécessite souvent d'avoir recours à des rotors à dents décalées pour supprimer certains harmoniques. Dans les machines homopolaires le flux dans l'entrefer est toujours de même sens. Certaines utilisaient les deux polarités du système inducteur et disposaient de deux induits [1] situés de part et d'autre de la bobine d'excitation. La machine que nous avons utilisée comprend un induit

logé entre deux inducteurs traversés par des courants en opposition. Le taux d'ondulation est le même et l'induit et le rotor sont plus faciles à réaliser. Elle nécessite par contre une carcasse magnétique. La disposition du rotor est analogue à celle d'une dynamo Poirson et il est nécessaire de feuilletter le rotor pour éviter les courants parasites.

Les études concernant la machine synchrone à modulation de flux se sont limitées au fonctionnement à vide et à la détermination de la réaction d'induit. Nous mentionnerons le travail réalisé par A. GUILBERT [2] qui s'est intéressé aux alternateurs monophasés dont les enroulements induits sont logés dans les épanouissements polaires portant les bobines d'excitation. Le fonctionnement de cette machine est du type hétéropolaire et certaines conclusions de son étude ne s'appliquent pas à la machine que nous étudions.

Notre exposé comprend trois parties.

- La première est la recherche des équations de fonctionnement de la machine alimentée sous une tension équilibrée. Nous tiendrons compte des harmoniques de tension et de courant introduits par la forme du rotor.

- Nous supposerons dans la deuxième partie que les harmoniques sont négligeables pour étudier le fonctionnement en machine isolée ou couplée sur le réseau. Nous mettrons en évidence les différences essentielles qui existent avec la machine à pôles saillants classique .

- Dans la troisième partie, nous visons à déterminer les limites de stabilité de la machine alimentée sous tension constante et à faire la part des amortissements mécanique et électrique.

o o

o

- PREMIERE PARTIE -

EQUATIONS GENERALES DE LA MACHINE HOMOPOLAIRE

1. Description et mise en oeuvre de la machine synchrone homopolaire.

1.1 - Description de la machine.

La machine tournante étudiée (*) comprend essentiellement (figure 1).

- un stator comportant trois enroulements identiques régulièrement répartis.
- un rotor découpé en forme de roue dentée (figure 2).
- deux flasques supportant chacun une bobine d'excitation.

Les tôles utilisées pour constituer le stator ont pour épaisseur $e = 0,4$ mm et leurs pertes spécifiques sont de $1,7$ W/kg. D'un diamètre intérieur de $236,2$ mm, elles forment un paquet de 125 mm de long et comportent 36 encoches de 210 mm² de section. On forme 18 bobines en fil fin de 10 spires chacune. Les connexions effectuées pour constituer les trois enroulements sont figurées sur la figure 3.

(*) La machine a été fournie gracieusement par les Etablissements des Moteurs Leroy à Angoulême que nous tenons à remercier.

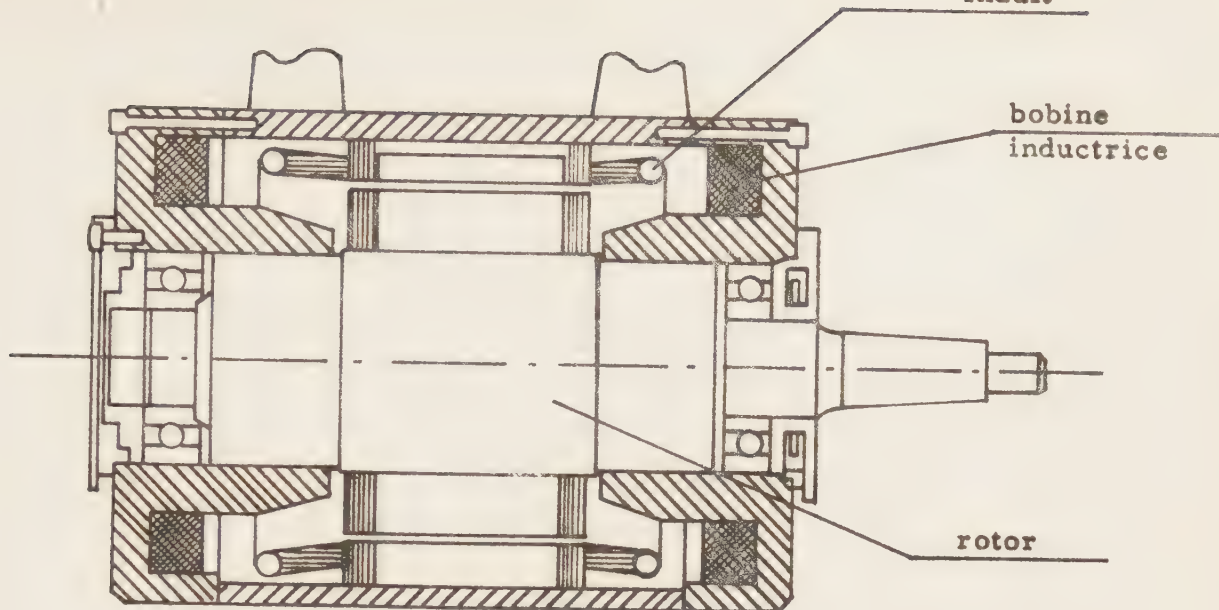


figure 1

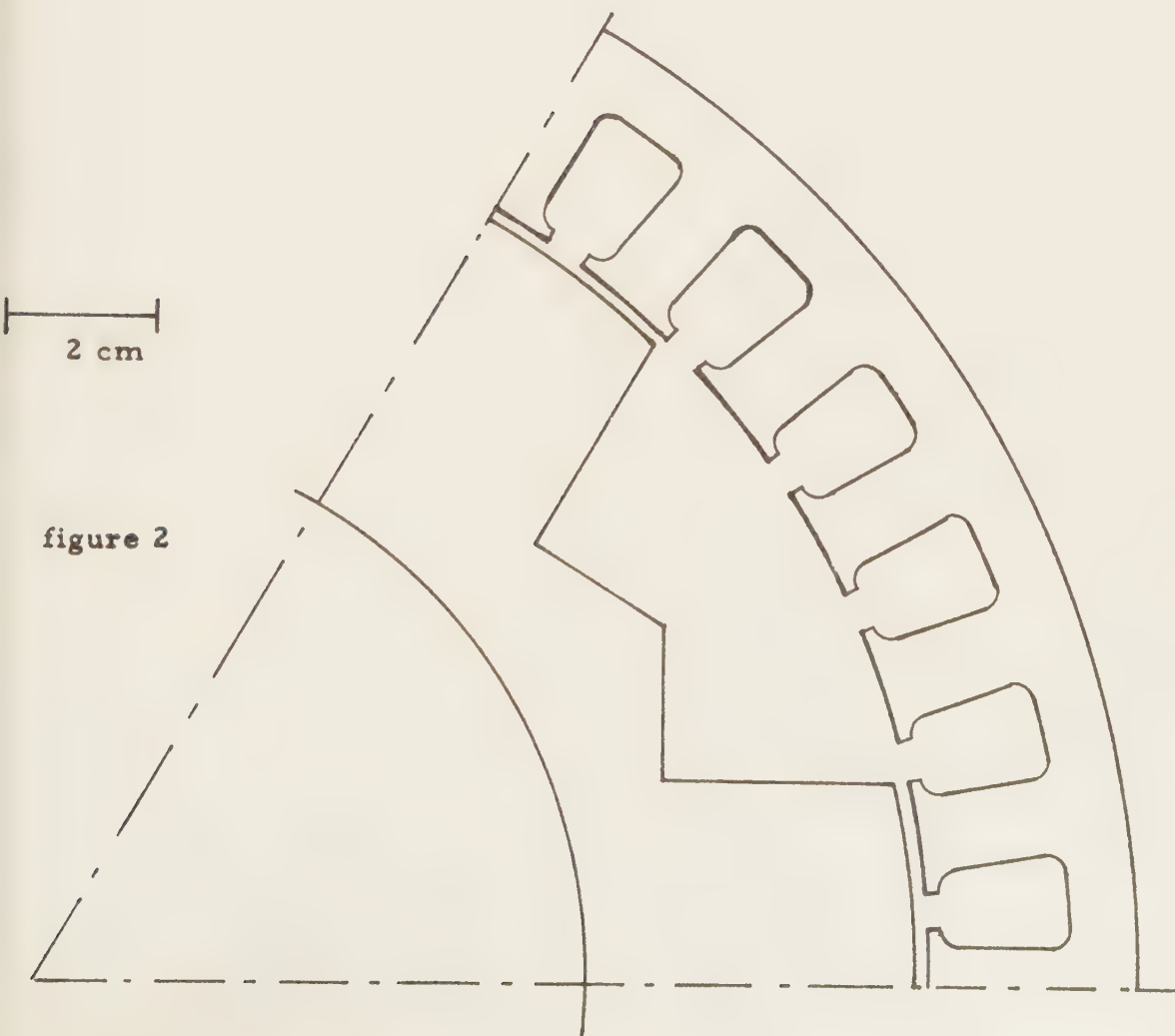


figure 2

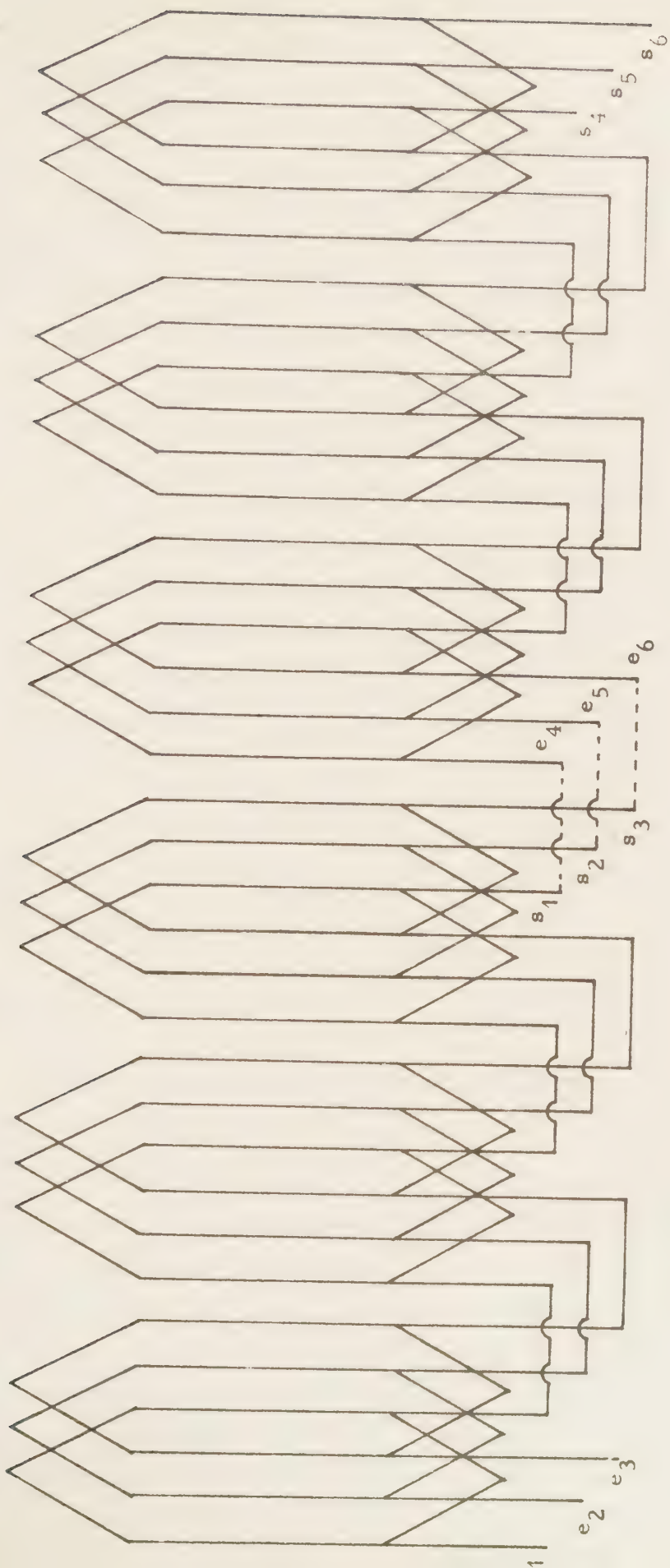


figure 3

Le rotor est un assemblage de tôles dont les caractéristiques sont les suivantes : épaisseur 0,7 mm, pertes 3,6 W/kg. Le diamètre extérieur maximum est de 234 mm soit un entrefer de 1,1 mm. Il présente six dents régulièrement réparties mais ne comporte aucun conducteur.

Les flasques en acier magnétique massif supportent chacun une bobine à grand nombre de spires de même axe que le rotor. Une carcasse moulée dans la même matière sert à solidariser tous ces éléments.

1.2 - Caractéristiques de fonctionnement.

La machine n'est pas ventilée et les échanges de chaleur ne sont possibles que par rayonnement. On est amené ainsi à limiter le courant par enroulement aux environs de 50 A. Le courant d'excitation de pointe peut atteindre 20 A et la vitesse limite donnée est de 3200 t/mn.

1.3 - Mise en oeuvre.

La machine synchrone est couplée mécaniquement à une dynamo à courant continu montée en balance, dont les caractéristiques nominales en génératrice sont les suivantes :

$$P = 6 \text{ KW}$$

$$V = 220 \text{ V}$$

$$I = 27 \text{ A}$$

$$N = 1500 \text{ t/mn}$$

Nous avons fait varier la tension d'alimentation de cette machine, fonctionnant en moteur, grâce à une amplidyne mise en série avec une source de 110 V continus (figure 4). Ce montage nous permet d'obtenir toutes les vitesses comprises entre 200 et 2000 t/mn en agissant sur le courant d'excitation de l'amplidyne.

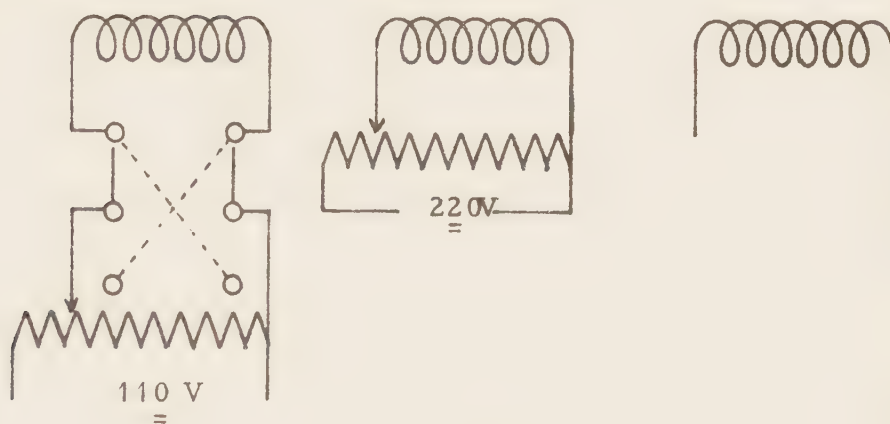
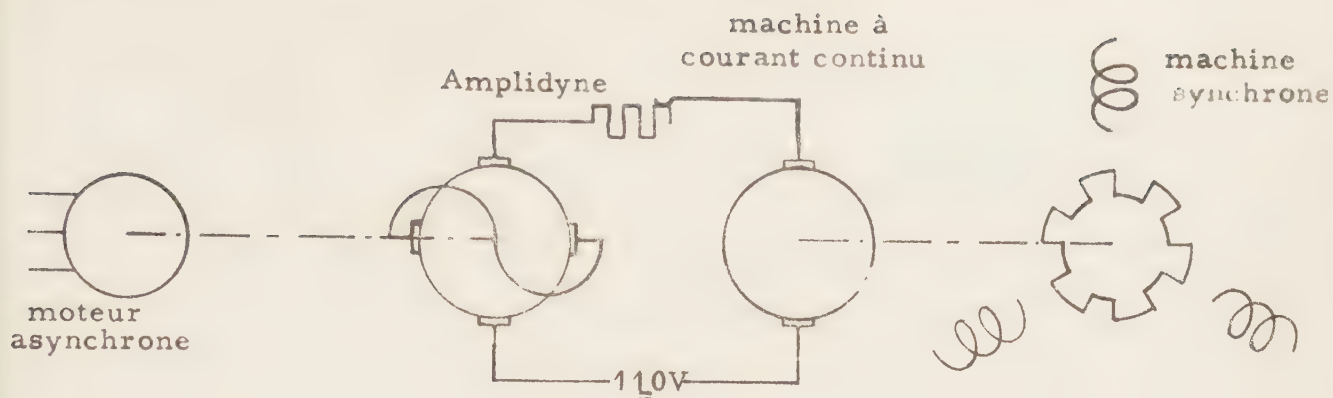


figure 4

totransformateur

transformateurs

machine synchrone

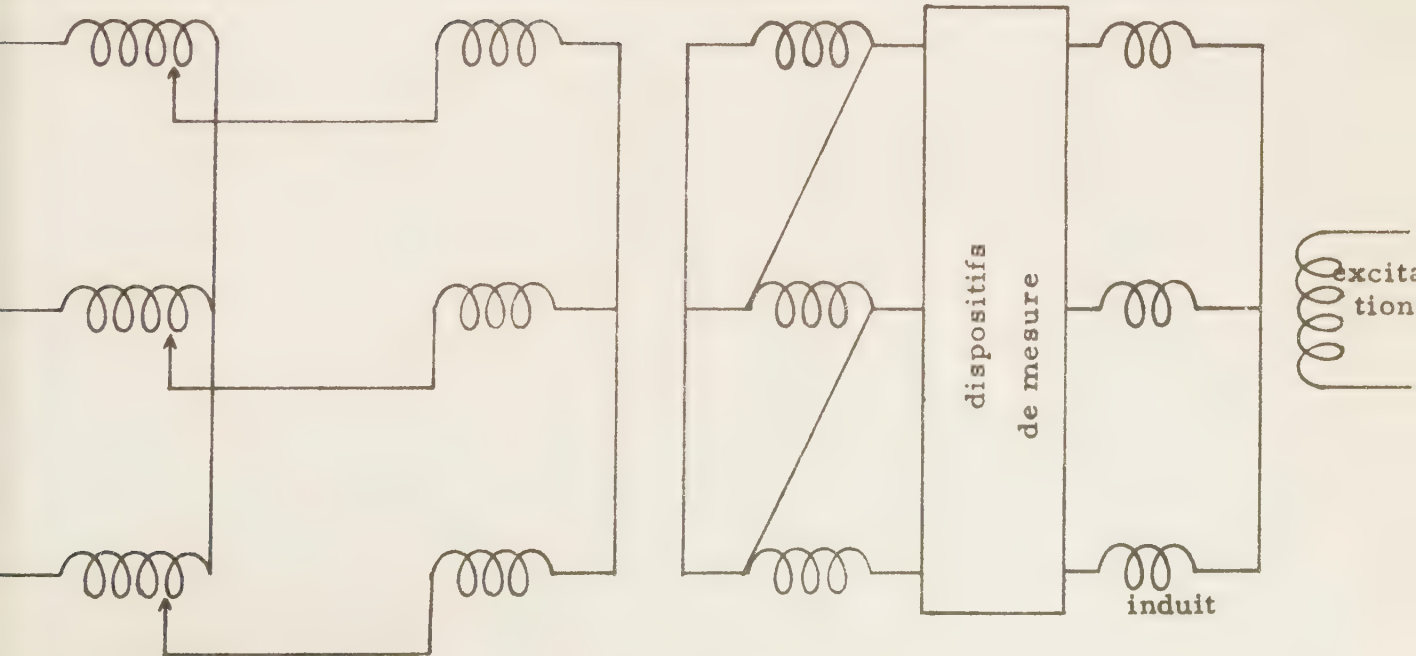


figure 5

Les essais nous ont montré que la tension maximale à vide aux bornes d'un enroulement de l'alternateur est de l'ordre de 35 V lorsque la fréquence est égale à 50 Hz. L'alternateur ne peut être couplé directement sur le réseau et nous avons utilisé le montage de la figure 5. Trois transformateurs de caractéristiques nominales :

$$S = 8 \text{ KVA}$$

$$I_1 = 20 \text{ A}$$

$$I_2 = 40 \text{ A}$$

permettent d'adapter les courants dans l'induit de la machine synchrone à ceux admissibles dans les enroulements de l'autotransformateur. Celui-ci est à prises variables continuellement. Les puissances absorbées par l'induit sont mesurées par la méthode du double wattmètre. Les enroulements d'excitation sont alimentés soit à partir d'une source 110 V continu par l'intermédiaire d'une forte résistance, soit par un générateur à courant constant.

2. Fonctionnement à vide.

2.1 - Circulation du flux.

Dans la machine homopolaire, les bobines d'excitation créent un flux qui traverse les enroulements de l'induit toujours dans le même sens et la variation d'entrefer entraîne une modulation de ce flux (figure 6). Il est maximum lorsqu'une dent du rotor se trouve en face de la bobine considérée. Pour une même force magnétomotrice, la variation de flux est, dans les meilleures conditions, deux fois moins importante que pour une machine à pôles saillants du type hétéropolaire. Le matériau magnétique est mal utilisé et la puissance spécifique des machines homopolaires est faible.

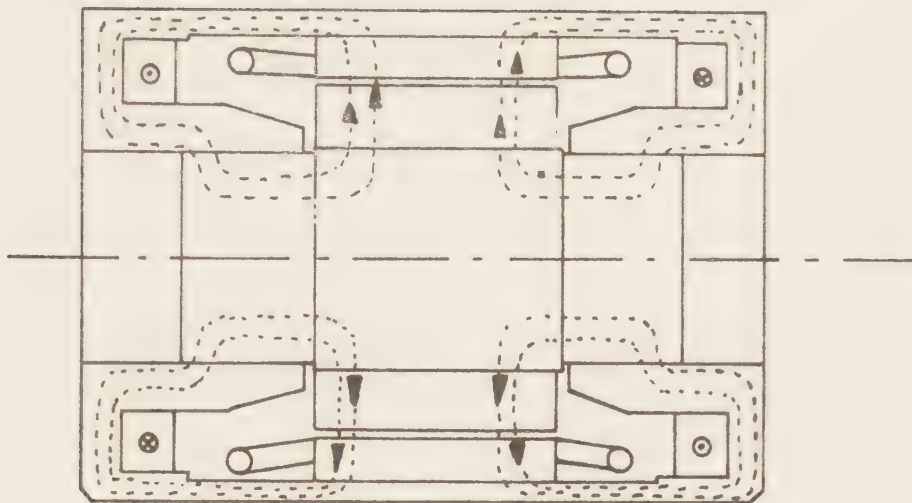


figure 6

La réluctance totale $\mathcal{R}$ du flux Φ traversant les bobines d'excitation est constante si on néglige l'effet des encoches, puisque le rotor et les enroulements ont même axe de symétrie. Le flux qui traverse un pôle de la machine (supposée à p pôles) est égal à

$$\frac{\Phi}{p} = \frac{n_1 I_r}{\mathcal{R}}$$

où $n_1 I_r$ est la force magnétomotrice.

Celui embrassé par la bobine 11' est donné par

$$\Psi = n_2 \Phi = n_2 \frac{\Phi}{p} \frac{S(\Theta)}{2a} = k S(\Theta)$$

$S(\Theta)$ traduit la variation de l'entrefer en fonction de la position du rotor définie par l'angle Θ (figure 7).

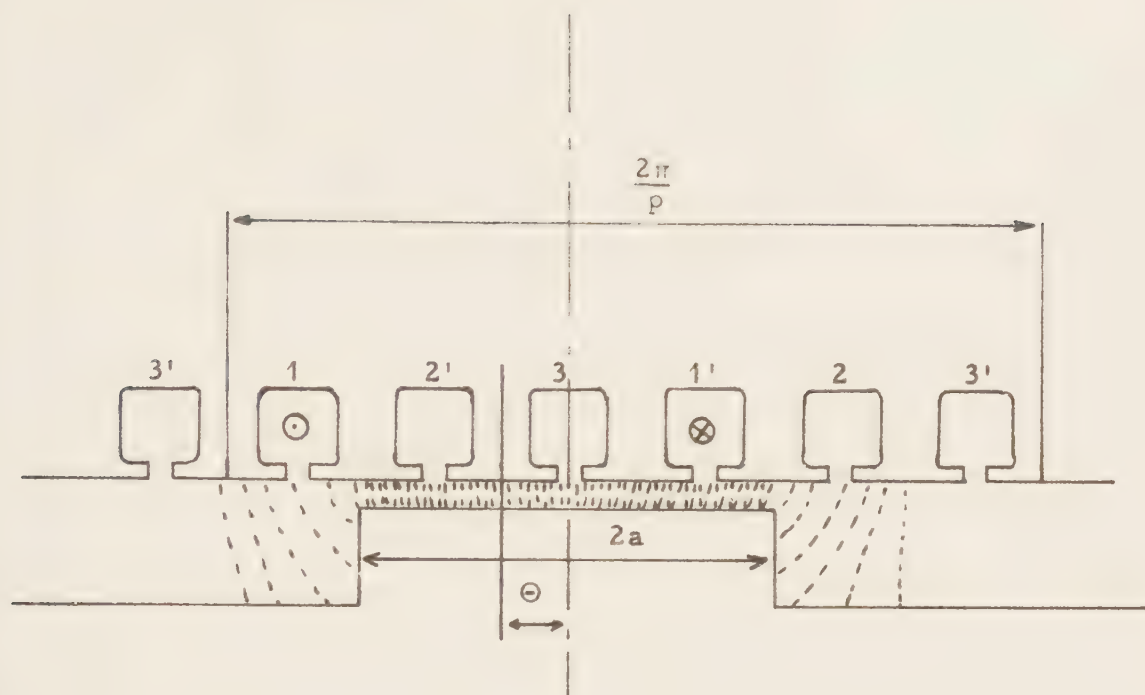


figure 7

La force électromotrice e aux bornes de 11' est égale à

$$e = - \frac{d\Psi}{dt} = - \frac{n_1 n_2 I_r}{2 p a \mathcal{R}} \frac{d S (\Theta)}{d (\Theta)} \frac{d \Theta}{dt} = k' \frac{d S (\Theta)}{d \Theta}$$

Nous allons déterminer la fonction $S (\Theta)$ dans le cas de la machine idéale équivalente.

2. 2 - Détermination de la tension à vide aux bornes d'une bobine.

Nous supposons que la perméabilité du matériau est infinie et que les n_2 conducteurs d'une encoche peuvent être assimilés à un seul, de diamètre négligeable par rapport à la distance qui sépare les conducteurs de la même bobine. L'ouverture angulaire des dents vaut $2 a$ et celle d'une bobine $\frac{\pi}{p}$ (figure 8).

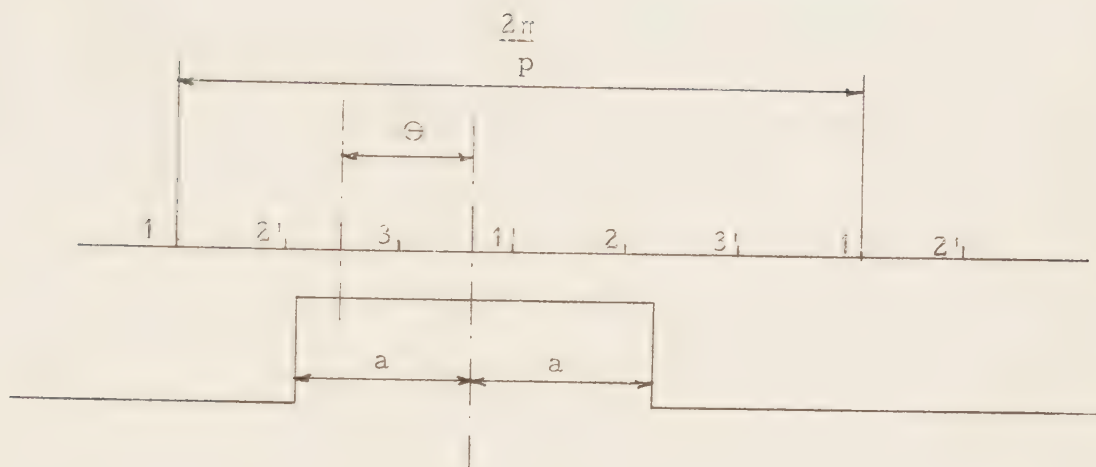


figure 8

En première approximation le flux traversant 11' est proportionnel à l'angle commun à la bobine et au pôle considéré. La fonction $S(\Theta)$ de période $\frac{2\pi}{p}$ présente deux formes caractéristiques différentes selon que a est plus grand ou plus petit que $\frac{\pi}{2p}$. Nous donnerons dans chaque cas la représentation de $S(\Theta)$ et de $\frac{dS(\Theta)}{d\Theta}$, cette dernière nous permettant de déterminer les variations de force-électromotrice.

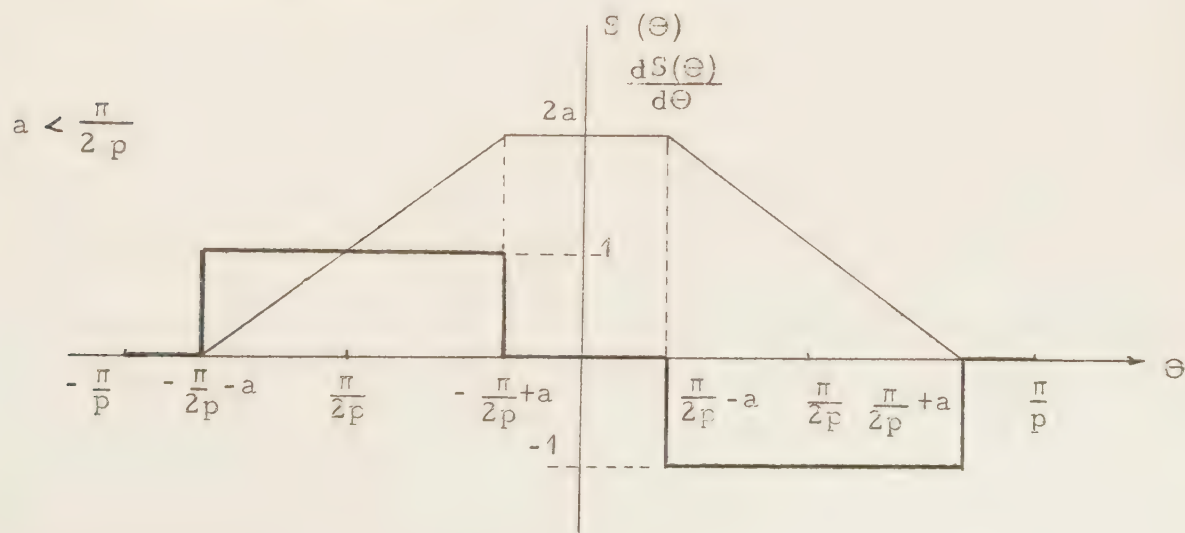


figure 9

Lorsque $a < \frac{\pi}{2p}$, et dans l'hypothèse où il ne passe aucun champ dans les dents du rotor, $S(\Theta)$ qui est paire, est nulle pour $\frac{\pi}{2p} + a < \Theta < \frac{\pi}{p}$, maximale pour $0 < \Theta < \frac{\pi}{2p} - a$ et varie linéairement dans l'intervalle $\frac{\pi}{2p} - a, \frac{\pi}{2p} + a$ (figure 9).

$$a > \frac{\pi}{2p}$$

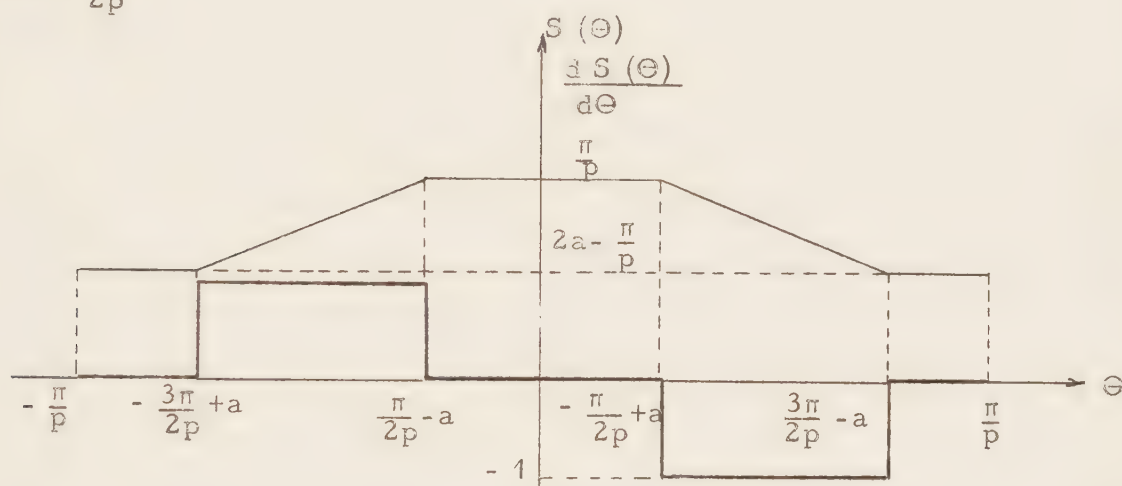


figure 10

Lorsque a est supérieur à $\frac{\pi}{2p}$, il existe toujours une fraction de pôle en face de la bobine 11. $S(\Theta)$ qui est toujours paire, est maximale dans l'intervalle $(0, a - \frac{\pi}{2p})$, varie linéairement pour $a - \frac{\pi}{2p} < \Theta < \frac{3\pi}{2p} - a$ et atteint une valeur constante pour $\frac{3\pi}{2p} - a < \Theta < \frac{\pi}{p}$.

L'allure de $\frac{dS(\Theta)}{d\Theta}$ se déduit de celle de $S(\Theta)$ par dérivation et la forme de cette courbe est la même que a soit plus grand ou plus petit que

$\frac{\pi}{2p}$. Les limites de l'une se déduisent de celles de l'autre par changement de a en $\frac{\pi}{p} - a$.

Développons la fonction $\frac{dS(\Theta)}{d\Theta}$ en série de Fourier. Il est intéressant d'introduire l'écart angulaire électrique θ défini par

$$\theta = p \Theta$$

La fonction $\frac{dS(\theta)}{d\theta}$ est une fonction impaire et le développement ne comprend que des termes en $\sin n\theta$

$$\frac{dS(\theta)}{d\theta} = -\frac{4}{p\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1} \sin(2k+1)pa \sin(2k+1)\theta$$

Cette expression est valable dans les deux cas. Ainsi pour un enroulement à pas diamétral, la tension à vide ne comprend que des harmoniques impairs. Certains pourraient être éliminés avec des valeurs de a judicieusement choisies. On pourrait supprimer l'harmonique 3 en choisissant

$$a = \frac{\pi}{3p}, \frac{2\pi}{3p} \dots$$

De même l'harmonique 5 disparaîtrait avec

$$a = \frac{\pi}{5p}, \frac{2\pi}{5p}, \frac{3\pi}{5p}, \frac{4\pi}{5p} \dots$$

La force électromotrice se met sous la forme générale :

$$e = e_1 \sin \omega t + e_3 \sin 3 \omega t + e_5 \sin 5 \omega t + \dots$$

Les coefficients e_i sont maximum pour a égal à $\frac{\pi}{2p}$ et on a intérêt à choisir une valeur de a légèrement inférieure à $\frac{\pi}{2p}$ en raison des franges qui apparaissent sur les bords des dents.

2.3 - Vérification expérimentale.

La machine dont nous disposons se caractérise par

$$p = 6 \quad a = 13^\circ 30' \quad \text{soit } pa = 81^\circ$$

Nous calculerons les termes e_{2k+1} par rapport à e_1

$$\frac{e_3}{e_1} = - \frac{\sin 3 \text{ pa}}{3 \sin \text{ pa}} = - 0,3002$$

$$\frac{e_5}{e_1} = \frac{\sin 5 \text{ pa}}{5 \sin \text{ pa}} = 0,1429$$

$$\frac{e_7}{e_1} = - \frac{\sin 7 \text{ pa}}{7 \sin \text{ pa}} = - 0,0658$$

$$\frac{e_9}{e_1} = \frac{\sin 9 \text{ pa}}{9 \sin \text{ pa}} = 0,0171$$

La tension aux bornes d'une phase a une forme qui se rapproche très nettement de celle que nous avons prévue (figure 11-a).

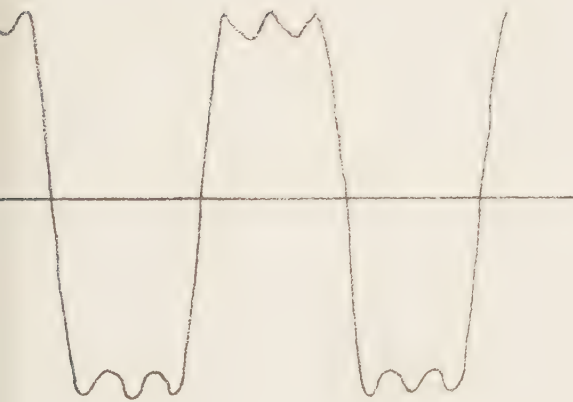


figure 11-a

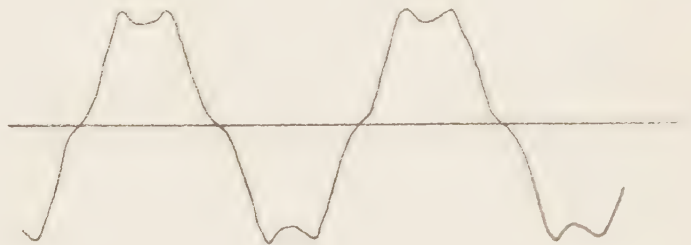


figure 11-b

L'harmonique trois peut être supprimé en considérant la tension entre phases couplées en étoile (figure 11-b). Comparons les taux d'harmonique prévus par le calcul et ceux donnés par les essais à l'analyseur de fréquence

	Calcul	Analyseur
Fondamental	100 %	100 ,
Harmonique d'ordre 3	30 %	22 %
5	11 %	13 %
7	7 %	4,2 %
9	2 %	indécelable

Les mesures concordent avec une précision suffisante avec les valeurs calculées pour les harmoniques 3 et 5. La forme en créneaux de la tension n'est pas aussi nette en raison des franges et il est normal de trouver des taux d'harmoniques inférieurs à ceux prévus. L'approximation que nous avons faite au début du paragraphe 2.2 ne tient pas compte non plus de l'ouverture des dents.

2.4 - Variation de la force électromotrice en fonction du courant d'excitation.

Nous avons supposé dans ce qui précède, que la perméabilité μ_r du fer était suffisante pour que tout le flux passe par le pôle du rotor. il n'en est plus de même lorsque la machine est saturée. [4] A la limite pour $\mu_r = 1$, le flux se répartit également entre la dent et l'encoche, la bobine 11' est traversée par un flux constant quelle que soit la position du rotor. La force électromotrice est donc nulle. Si nous appelons ϕ_e et ϕ_d les flux qui traversent respectivement l'encoche et la dent considérés (figure 12), on peut admettre que la bobine 11' est soumise à la superposition d'un flux constant ϕ_e et d'un flux modulé par la position du rotor égal à $(\phi_d - \phi_e) \frac{\sin(\theta)}{2a}$.

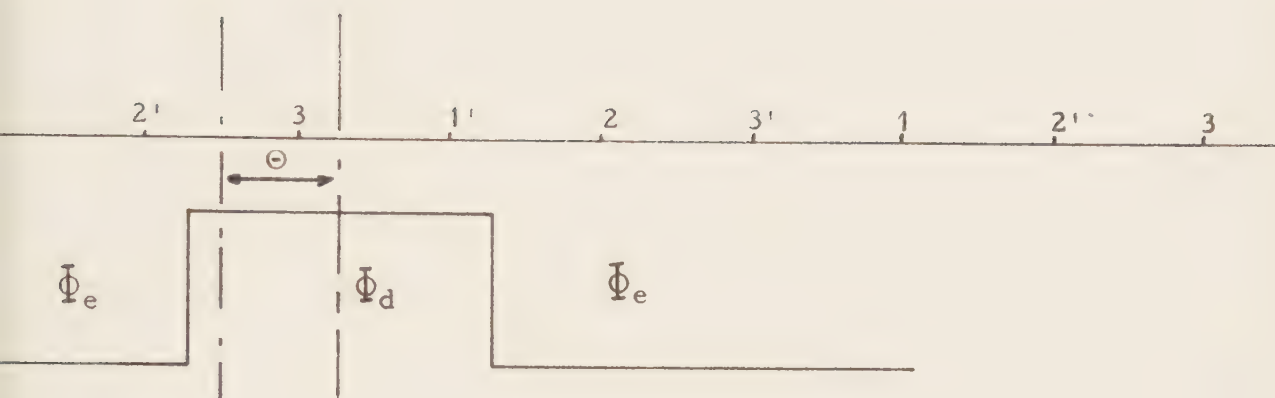


figure 12

Le flux Φ_e est proportionnel aux ampères-tours $n_1 I_r$. Le flux Φ_d est pour les faibles valeurs de $n_1 I_r$ très supérieur à Φ_e et tend vers Φ_e pour les valeurs importantes de l'excitation (figure 13)

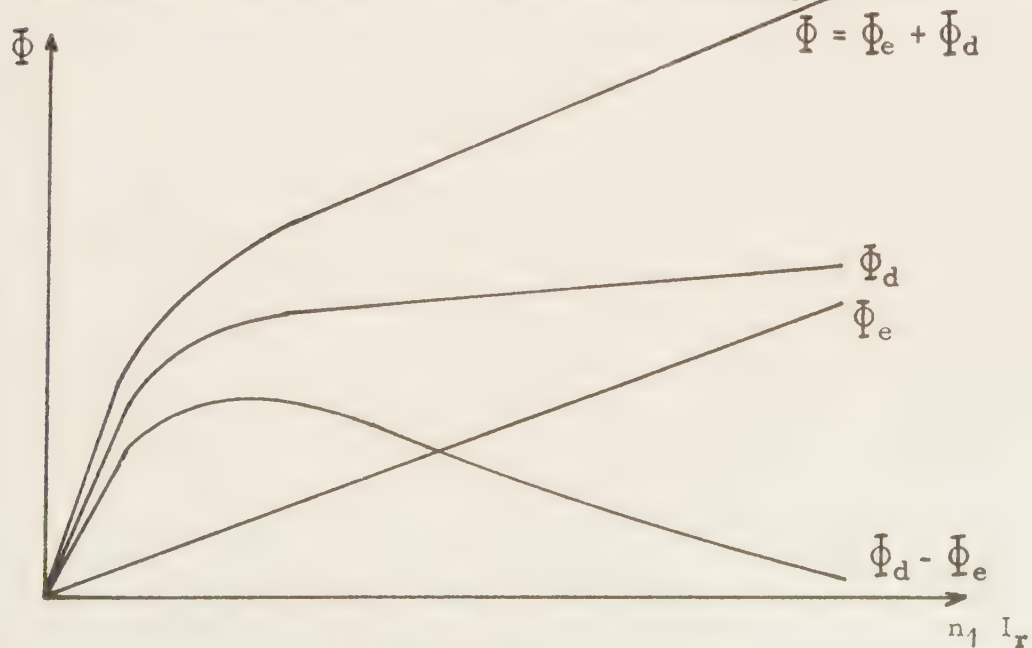


figure 13

La différence $\phi_d - \phi_e$ passe par un maximum et il en est de même pour $e = - \frac{\phi_d - \phi_e}{2a} \frac{dS(\theta)}{dt}$.

Nous n'avons pas pu mettre ce phénomène en évidence sur la machine dont nous disposions, car il aurait fallu augmenter trop l'excitation. La pente de la courbe à vide pour un courant inducteur variant de 18 à 20 A est égale à 0,1 V/A et nous pouvons considérer que l'on a pratiquement atteint la tension maximale (planche 1).

3. Etablissement des équations de fonctionnement.

Nous supposons maintenant que la machine fonctionne en régime stationnaire équilibré non saturé. Nous exprimons d'abord les flux traversant les différents enroulements en fonction des courants et des coefficients de self et mutuelle induction. Nous passons ensuite au réseau image diphasé à l'aide de la transformation de Concordia. En projetant les tensions et les courants sur des axes mobiles liés au rotor, nous n'obtenons que des grandeurs indépendantes du temps. [5] [6]

3.1 - Expression des flux dans les différents enroulements.

3.1.1 - Relations générales des flux.

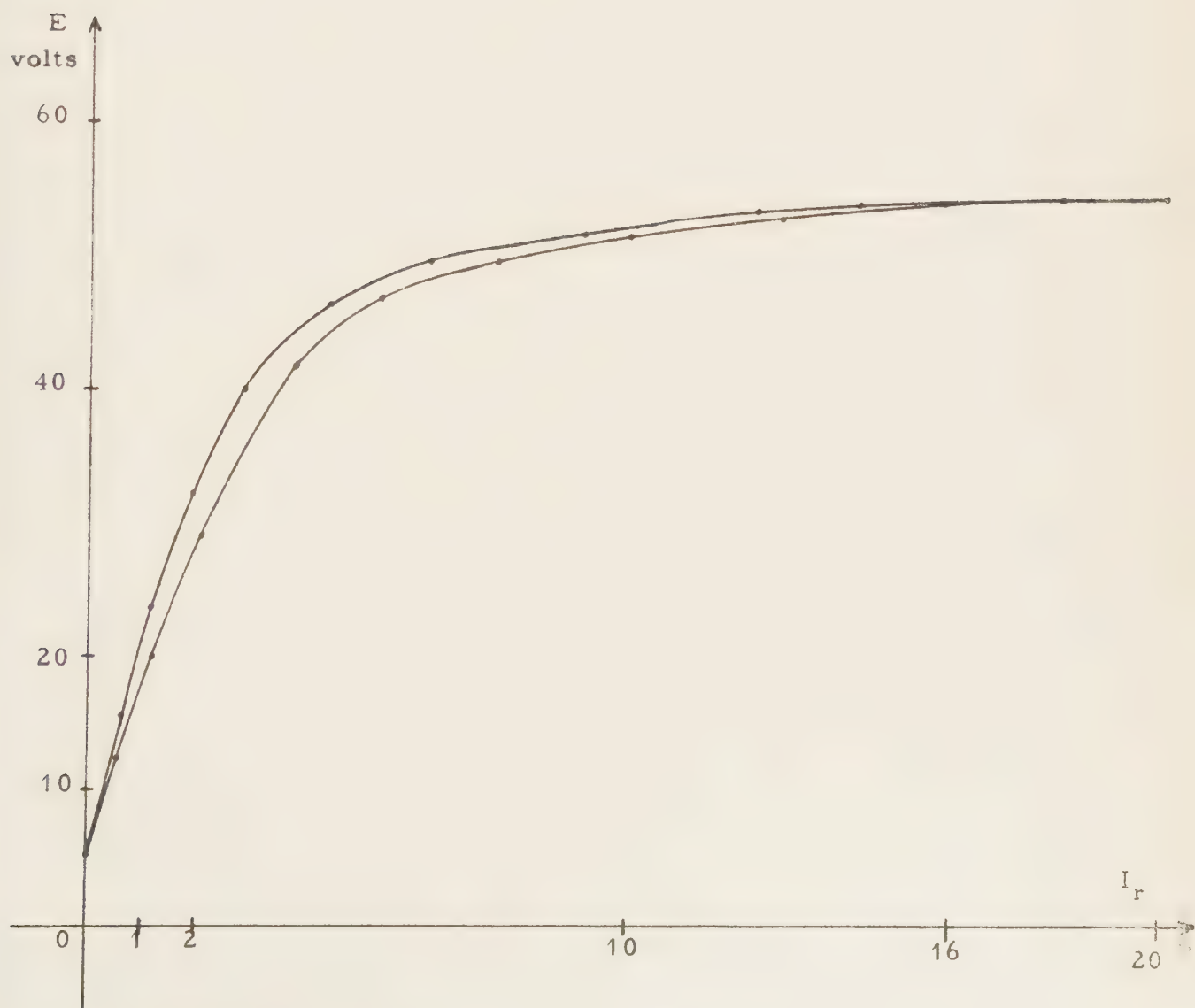
En régime linéaire les relations entre les flux et les courants circulant dans les différents enroulements sont donnés par :

$$\begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{1r} \\ M_{21} & L_{22} & M_{23} & M_{2r} \\ M_{31} & M_{32} & L_{33} & M_{3r} \\ M_{r1} & M_{r2} & M_{r3} & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_r \end{bmatrix}$$

caractéristique à vide

$N = 500 \text{ t/min}$

$f = 50 \text{ Hz}$



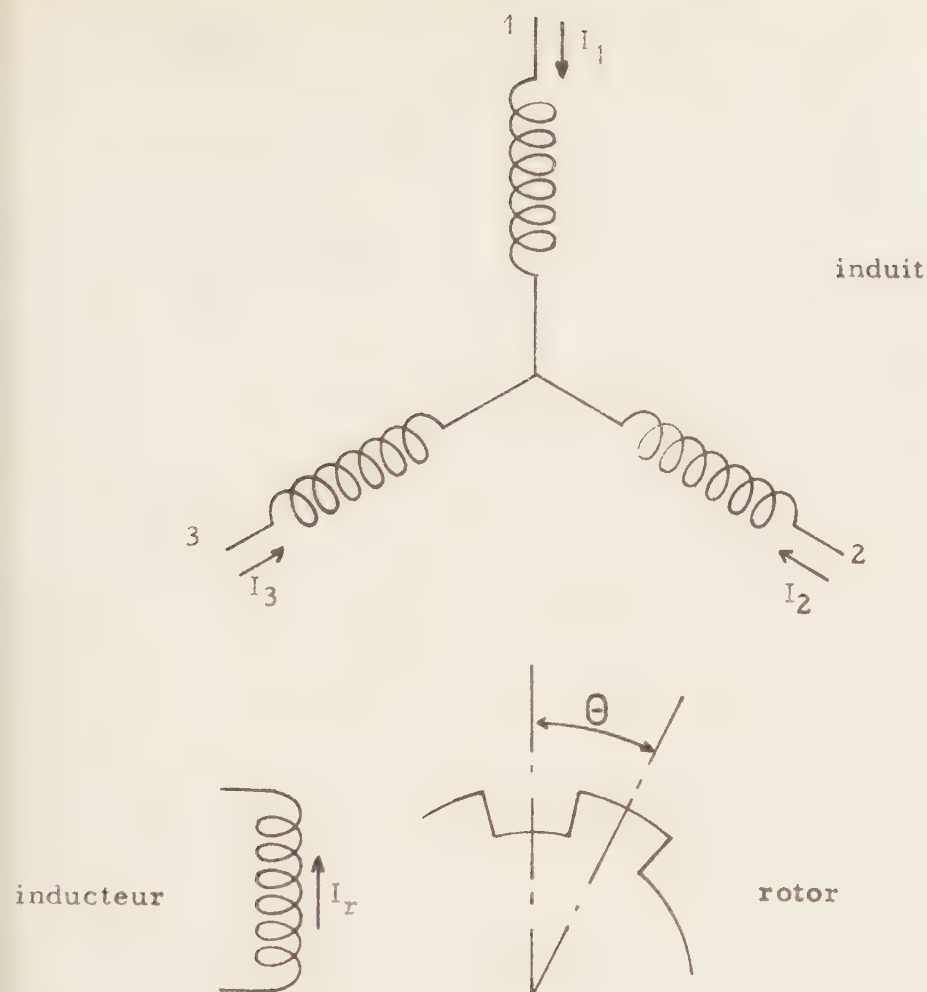


figure 14

ou en notation matricielle

$$\begin{bmatrix} \Psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \end{bmatrix}$$

L_{ii} est le coefficient de self induction de l'enroulement i et M_{ij} le coefficient de mutuelle induction des enroulements i et j . La matrice $[\mathcal{L}]^{ij}$ est symétrique et l'expression des flux induits et inducteur se met sous la forme condensée suivante :

$$\begin{bmatrix} \Psi^s \\ \Psi^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{L}^s & \mathcal{L}^{rs} \\ \mathcal{L}^{rs} & \mathcal{L}^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I^s \\ I^r \end{bmatrix}$$

Nous posons dans ces conditions

$$\begin{bmatrix} \Psi_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} I^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \Psi^r \end{bmatrix} = \Psi_r \\ \begin{bmatrix} I^r \end{bmatrix} = I_r \\ \begin{bmatrix} \mathcal{L}^r \end{bmatrix} = \mathcal{L}_r$$

$$\begin{bmatrix} \mathcal{L}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{12} & L_{22} & M_{23} \\ M_{13} & M_{23} & L_{33} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \mathcal{L}^{sr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{1r} \\ M_{2r} \\ M_{3r} \end{bmatrix}$$

Les flux qui traversent les enroulements sont fonction de l'angle Θ qui fixe la position du rotor. Nous allons essayer de déterminer l'allure de variation des différents coefficients de self et mutuelle induction. Les enroulements et le rotor se trouvent dans les mêmes conditions pour un angle $\Theta' = \Theta + \frac{\pi}{2p}$. Nous tracerons les courbes en fonction de l'angle électrique $\theta = p \Theta$.

Les expressions des flux pour une machine synchrone hétéropolaire sont semblables mais p ne représente pas le nombre de dents. p est égal au nombre de paires de pôles.

3.1.2 - Variation de M_{ir} en fonction de θ .

.....

Si nous alimentons l'inducteur en courant alternatif (figure 15) il apparaît aux bornes des enroulements de l'induit des tensions V_1, V_2, V_3 définies en module par :

$$V_i = M_{ir} \omega I_r$$

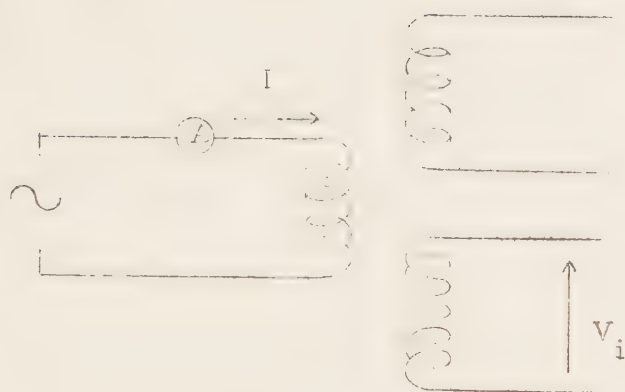


figure 15

Cette relation nous permet de déterminer le coefficient de mutuelle induction pour chaque position du rotor (planche 2). Les valeurs $M_{1r}(\theta)$ ne sont pas parfaitement exactes car le rotor, bien que feuilleté, joue le rôle d'un enroulement en court-circuit. Mais nous pouvons penser que ce phénomène n'introduit pas de termes supplémentaires dans le développement en série de Fourier de la fonction $M_{ir}(\theta)$.

Il s'écrit :

$$M_{ir} = \sum_{n=0}^{\infty} M'_{in} \cos n (\theta - \theta_{oin})$$

Les coefficients du développement prennent les valeurs numériques suivantes pour l'enroulement 1 :

$$M'_{0\omega} = 1,0908 \Omega$$

$$M'_{1\omega} = 0,3365 \Omega$$

$$M'_{2\omega} = 0,0010 \Omega$$

$$M'_{3\omega} = 0,0298 \Omega$$

$$M'_{4\omega} = 0,0008 \Omega$$

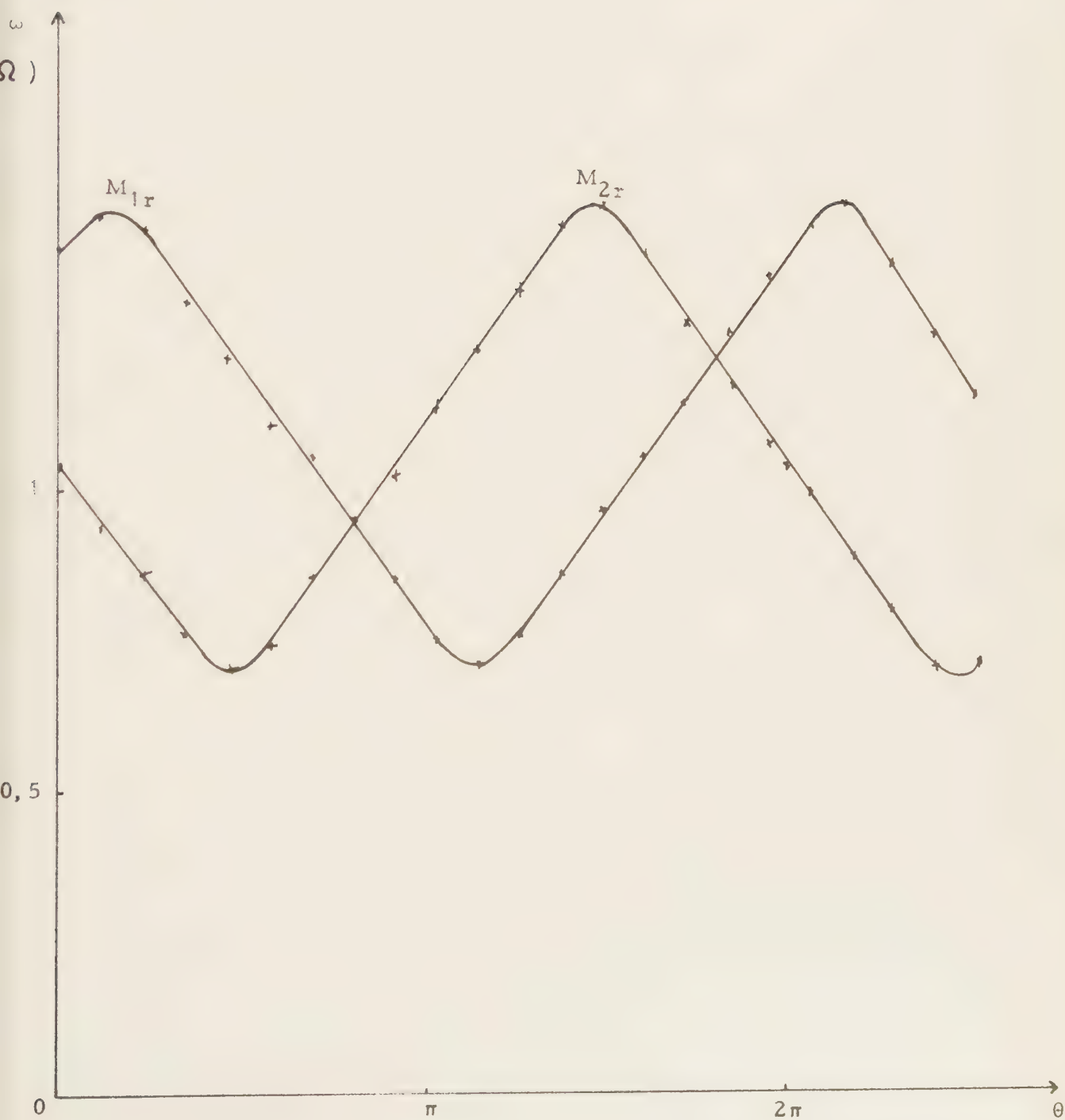
$$M'_{5\omega} = 0,0096 \Omega$$

$$\theta_{01} = 26^{\circ}30'$$

$$\theta_{03} = 24^{\circ}32'$$

$$\theta_{05} = 25^{\circ}48'$$

Variation de M_{ir} en fonction de θ



Les harmoniques pairs sont négligeables et les développements en série de Fourier de M_{1r} sont de la forme :

$$M_{1r} = \sum_{l=0}^{\infty} M'_{2l+1} \cos (2l+1) (\theta - \theta_o)$$

$$U_1 = -\frac{1}{2}$$

$$M_{2r} = \sum_{l=0}^{\infty} M'_{2l+1} \cos (2l+1) (\theta - \theta_o + \frac{2\pi}{3})$$

$$U_1 = -\frac{1}{2}$$

$$M_{3r} = \sum_{l=0}^{\infty} M'_{2l+1} \cos (2l+1) (\theta - \theta_o - \frac{2\pi}{3})$$

$$U_1 = -\frac{1}{2}$$

La force électromotrice alternative qui apparaît aux bornes d'un enroulement lorsque le rotor est entraîné à vitesse constante et l'inducteur alimenté à courant constant, est égale à

$$E = E_1 \left[\sin (\theta - \theta_o) + \frac{3M'_3}{M'_1} \sin 3 (\theta - \theta_o) + \frac{5M'_5}{M'_1} \sin 5 (\theta - \theta_o) + \dots \right]$$

Nous déterminons ainsi des taux de 26,5 % et 14,3 % respectivement pour le troisième et le cinquième harmonique. Ces valeurs concordent, avec une précision acceptable, compte tenu des incertitudes sur la mesure de l'angle θ et des erreurs introduites par la méthode des trapèzes pour la détermination de M'_n , avec la mesure directe effectuée à l'analyseur de

fréquence. Nous considérons la méthode comme valable et nous l'appliquons pour déterminer les développements en série de Fourier de L_{ii} et de M_{ij} .

3.1.3 - Variation de L_{ii} et de M_{ij} en fonction de θ .

.....

Nous alimentons chaque phase de l'induit et nous mesurons la tension aux bornes des deux autres phases pour chaque position du rotor. Nous pouvons écrire :

$$V_i = \sqrt{R^2 + L_{ii}^2 \omega^2} I_i \quad V_j = M_{ij} \omega I_i \quad i \neq j$$

Les courbes obtenues (planches 3 et 4) montrent que L_{ii} et M_{ij} sont fonction de l'angle 2θ et les développements en série de Fourier ne comportent que des termes pairs.

$$L_{11} = \sum_{k=0}^{\infty} L_{2k} \cos 2k (\theta - \theta_0) \quad M_{12} = \sum_{k=0}^{\infty} M_{2k} \cos 2k (\theta - \theta_0 - \frac{\pi}{6})$$

$$L_{22} = \sum_{k=0}^{\infty} L_{2k} \cos 2k (\theta - \theta_0 - \frac{\pi}{3}) \quad M_{23} = \sum_{k=0}^{\infty} M_{2k} \cos 2k (\theta - \theta_0 - \frac{\pi}{2})$$

$$L_{33} = \sum_{k=0}^{\infty} L_{2k} \cos 2k (\theta - \theta_0 + \frac{\pi}{3}) \quad M_{31} = \sum_{k=0}^{\infty} M_{2k} \cos 2k (\theta - \theta_0 + \frac{\pi}{6})$$

3.1.4 - Expression développée des courants.

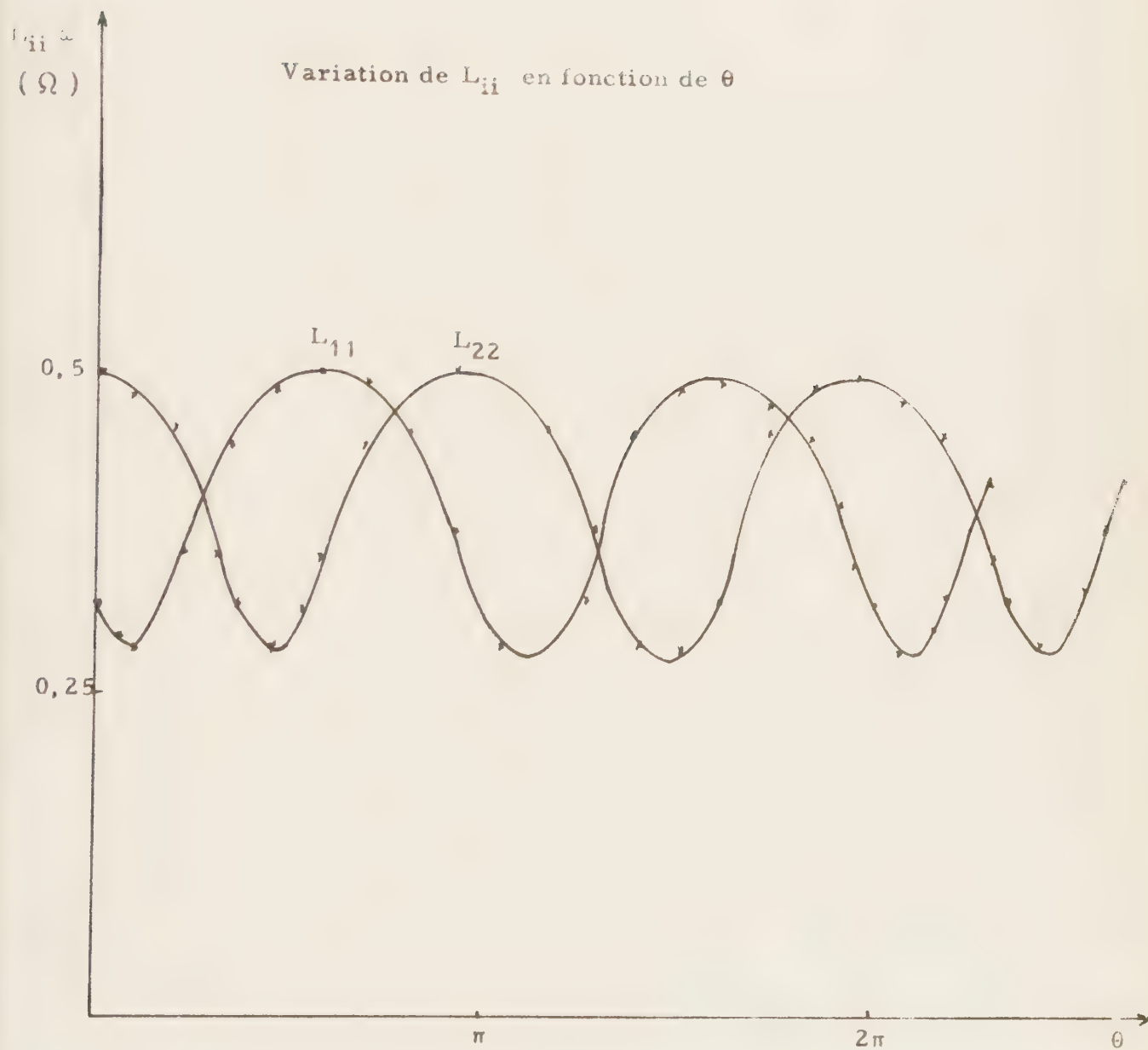
.....

En régime équilibré, les courants circulant dans les trois phases de l'induit se décomposent de la manière suivante :

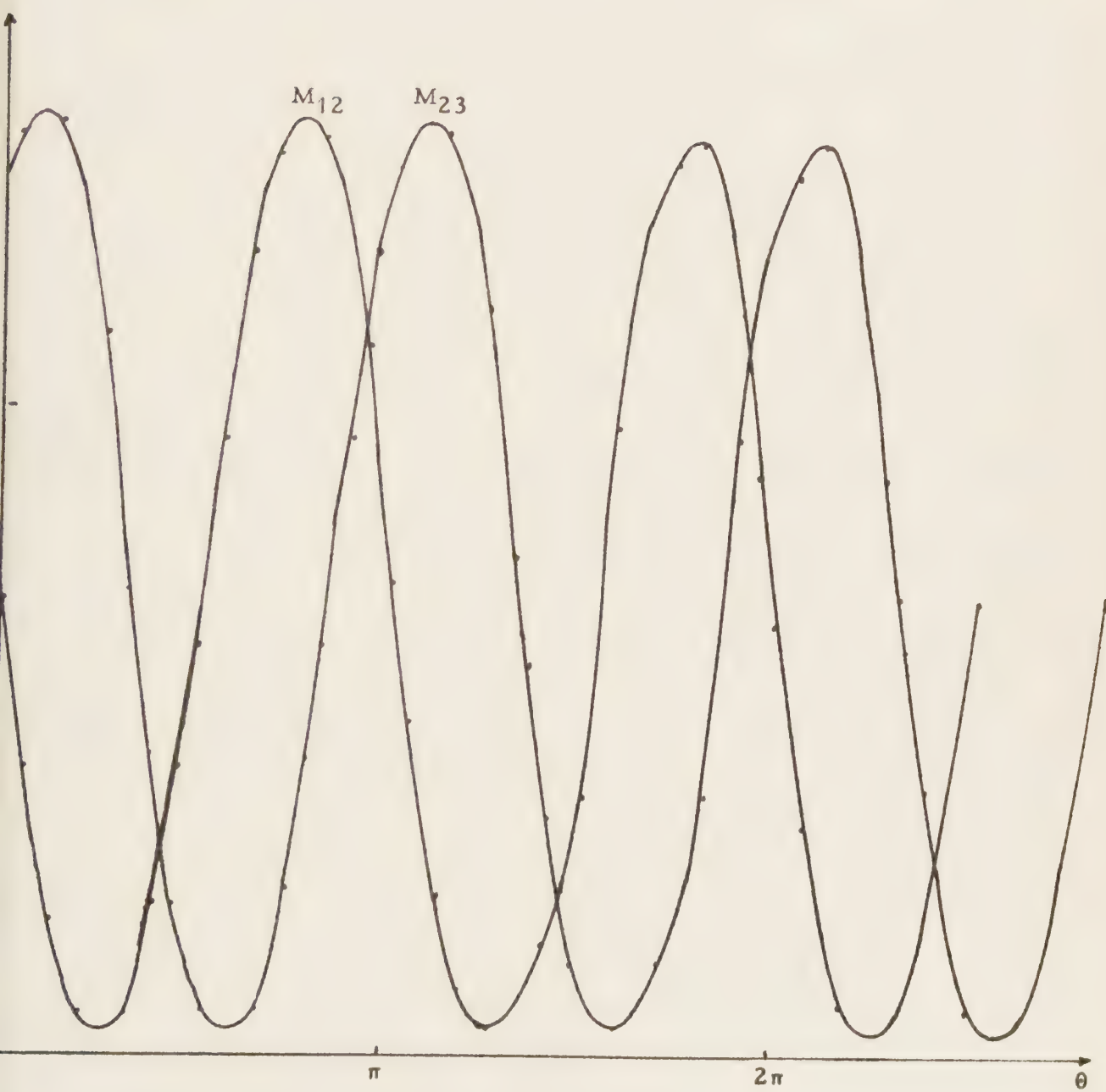
$$I_1 = \sum_{m=1}^{\infty} I_m \sqrt{2} \cos m (\omega t - \varphi_m)$$

$$I_2 = \sum_{m=1}^{\infty} I_m \sqrt{2} \cos m (\omega t - \varphi_m + \frac{2\pi}{3})$$

$$I_3 = \sum_{m=1}^{\infty} I_m \sqrt{2} \cos m (\omega t - \varphi_m - \frac{2\pi}{3})$$



Variation de M_{ij} en fonction de θ



I_m est la valeur efficace de l'harmonique d'ordre m . Les trois phases sont couplées en étoile donc à chaque instant

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

Ceci entraîne que la décomposition ne présente pas d'harmonique $3n$. Nous écrirons que $I_m = 0$ pour $m = 3n$.

3.1.5 - Expression développée des flux.

Les matrices de couplage s'expriment elles aussi sous la forme d'un développement en série de Fourier.

$$\begin{bmatrix} \mathcal{L}^s \\ 2k \end{bmatrix} = \sum_{k=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \mathcal{L}^s \\ 2k \end{bmatrix} = \sum_{k=0}^{\infty} \begin{bmatrix} L_{2k} \cos 2k(\theta - \theta_o) & M_{2k} \cos 2k(\theta - \theta_o - \frac{\pi}{6}) & M_{2k} \cos 2k(\theta - \theta_o + \frac{\pi}{6}) \\ M_{2k} \cos 2k(\theta - \theta_o - \frac{\pi}{6}) & L_{2k} \cos 2k(\theta - \theta_o - \frac{\pi}{3}) & M_{2k} \cos 2k(\theta - \theta_o - \frac{\pi}{2}) \\ M_{2k} \cos 2k(\theta - \theta_o + \frac{\pi}{6}) & M_{2k} \cos 2k(\theta - \theta_o - \frac{\pi}{2}) & L_{2k} \cos 2k(\theta - \theta_o + \frac{\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathcal{L}^{sr} \end{bmatrix} = \sum_{l=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \mathcal{L}^{sr} \\ 2l+1 \end{bmatrix} = \sum_{l=0}^{\infty} M'_{2Hl} \begin{bmatrix} \cos (2l+1) (\theta - \theta_o) \\ \cos (2l+1) (\theta - \theta_o + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos (2l+1) (\theta - \theta_o - \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I^s \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \begin{bmatrix} I^s_m \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} I_m \sqrt{2} \begin{bmatrix} \cos m (\omega t - \varphi_m) \\ \cos m (\omega t - \varphi_m + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos m (\omega t - \varphi_m - \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

La relation donnant les flux inducteur et induit, compte tenu des expressions précédentes, prend la forme suivante

$$\begin{bmatrix} \Psi^s \\ \Psi^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{\infty} \mathcal{L}_{2k}^s & \sum_{l=0}^{\infty} \mathcal{L}_{2l+1}^{sr} \\ \sum_{l=0}^{\infty} \mathcal{L}_{2l+1}^{sr} & \mathcal{L}^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^{\infty} I_m^s \\ I^r \end{bmatrix}$$

$U - \frac{1}{2} \quad t$

3.2 - Expression des flux dans la machine diphasée équivalente.

Comme la machine diphasée s'étudie beaucoup plus simplement que la machine triphasée, nous allons exprimer les flux Ψ^s et Ψ^r dans la base des composantes diagonales au moyen de la matrice de Concordia. [7]

3.2.1 - Passage d'un système triphasé à un système diphasé.

Il existe différentes transformations permettant d'effectuer la correspondance entre une machine triphasée et une machine diphasée. La plus intéressante est la matrice T définie par Concordia. Elle s'écrit :

$$T = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 1 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

Elle est orthogonale et par conséquent

$$T^{-1} = T^t$$

A trois grandeurs G_a, G_b, G_c elle fait correspondre les transformées G_o, G , G par

$$\begin{bmatrix} G_a \\ G_b \\ G_c \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} G_o \\ G \\ G \end{bmatrix}$$

G_o est la composante homopolaire que nous supposerons nulle par la suite.

Aux matrices Z de couplage entre deux systèmes de grandeurs a, b, c elle fait correspondre une nouvelle matrice Z' telle que

$$Z' = T^{-1} Z T$$

3.2.2 - Application de la transformation de Concordia à l'équation

$$\Psi = \mathcal{L} I.$$

Si nous appelons $\Psi_{o\alpha\beta}^s$ et $I_{o\alpha\beta}^s$ respectivement les expressions des flux et des courants statoriques dans la base o, α, β nous pouvons écrire :

$$\begin{bmatrix} \Psi_{o\alpha\beta}^s \\ \Psi^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{L}_{o\alpha\beta}^s & \mathcal{L}_{o\alpha\beta}^{sr} \\ (\mathcal{L}_{o\alpha\beta}^{sr})_t & \mathcal{L}^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{o\alpha\beta}^s \\ I^r \end{bmatrix}$$

Les nouvelles matrices de couplage sont définies par les relations suivantes en fonction des anciennes

$$\mathcal{L}_{o\alpha\beta}^s = T^{-1} \mathcal{L}^s T$$

$$\mathcal{L}_{o\alpha\beta}^{sr} = T^{-1} \mathcal{L}^{sr}$$

La décomposition de chaque élément en série de Fourier reste valable puisque T est indépendant de 0, k, l et m et la relation des flux se met sous la forme développée :

$$\begin{bmatrix} \psi_{c\alpha\beta}^s \\ \psi^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{\infty} \mathcal{L}_{o\alpha\beta, 2k}^s & \sum_{l=0}^{\infty} \mathcal{L}_{o\alpha\beta, 2l+1}^{sr} \\ \sum_{l=0}^{\infty} \left(\mathcal{L}_{o\alpha\beta, 2l+1}^{sr} \right)_t & \mathcal{L}^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^{\infty} I_{o\alpha\beta, m}^s \\ I^r \end{bmatrix}$$

$U = \frac{1}{2}$

3.2.3 - Calcul des termes généraux des différentes sommations.

$\mathcal{L}_{o\alpha\beta, 2k}^s = T^{-1} \mathcal{L}_{2k}^s T$ peut se mettre sous une forme acceptable à condition d'introduire le symbole a_k

$$\begin{aligned} a_k &= 0 & \text{si } k \text{ est un multiple de } 3 \text{ (} k = 3n \text{)} \\ a_k &= 1 & \text{si } k = 3n + 1 \\ a_k &= -1 & \text{si } k = 3n + 2 \end{aligned}$$

Nous posons $L_{2k} + (-1)^k M_{2k} = \mathcal{L}_{1, 2k}$

$$L_{2k} - (-1)^k M_{2k} = \mathcal{L}_{2, 2k}$$

$\mathcal{L}_{o\alpha\beta, 2k}^s$ ne comporte plus que des fonctions trigonométriques de l'angle $\theta = \theta_0$ et s'écrit :

$$\mathcal{L}_{\alpha\beta, 2k}^{sr} = \begin{bmatrix} (1-a_k^2) \wedge_{1, 2k} \cos 2k (\theta - \theta_o) & \frac{\sqrt{2}}{2} a_k^2 \wedge_{2, 2k} \cos 2k (\theta - \theta_o) \\ \frac{\sqrt{2}}{2} a_k^2 \wedge_{2, 2k} \cos 2k (\theta - \theta_o) & (1-a_k^2) \wedge_{2, 2k} + a_k^2 \frac{\wedge_{1, 2k}}{2} \cos 2k (\theta - \theta_o) \\ \frac{\sqrt{2}}{2} a_k \wedge_{2, 2k} \sin 2k (\theta - \theta_o) & - a_k \frac{\wedge_{1, 2k}}{2} \sin 2k (\theta - \theta_o) \\ & \frac{\sqrt{2}}{2} a_k \wedge_{2, 2k} \sin 2k (\theta - \theta_o) \\ & - a_k \frac{\wedge_{1, 2k}}{2} \sin 2k (\theta - \theta_o) \\ & \left[(1-a_k^2) \wedge_{2, 2k} - a_k^2 \frac{\wedge_{1, 2k}}{2} \right] \cos 2k (\theta - \theta_o) \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{L}_{\alpha\beta, 2l+1}^{sr} = T^{-1} \mathcal{L}_{2l+1}^{sr} \quad \text{terme général de la matrice de couplage}$$

$\mathcal{L}_{\alpha\beta}^{sr}$ ne s'exprime lui aussi qu'en fonction de $\theta - \theta_o$.

Le symbole a_{2l+1} répond   la même définition que a_k c'est- -dire

$$\begin{aligned} a_{2l+1} &= 0 & \text{pour} & & 2l+1 &= 3n \\ a_{2l+1} &= 1 & & & 2l+1 &= 3n + 1 \\ a_{2l+1} &= -1 & & & 2l+1 &= 3n + 2 \end{aligned}$$

Dans ces conditions la matrice $\mathcal{L}_{\alpha\beta, 2l+1}^{sr}$ s'écrit :

$$\mathcal{L}_{\alpha\beta, 2l+1}^{sr} = \sqrt{3} M'_{2l+1} \begin{bmatrix} (1 - a_{2l+1}^2) \cos (2l+1) (\theta - \theta_o) \\ \frac{\sqrt{2}}{2} a_{2l+1}^2 \cos (2l+1) (\theta - \theta_o) \\ - \frac{\sqrt{2}}{2} a_{2l+1} \sin (2l+1) (\theta - \theta_o) \end{bmatrix}$$

La matrice des courants ne comprend que les composantes α et β puisque nous avons vu que les harmoniques d'ordre 3 n n'existent pas.

$$I_{o\alpha\beta, m}^s = \sqrt{3} I_m \begin{bmatrix} 0 \\ \cos m (\omega t - \varphi_m) \\ - a_m \sin m (\omega t - \varphi_m) \end{bmatrix}$$

3.2.4 - Conditions d'existence du couple synchrone.

Les conditions d'existence d'un couple synchrone nous permettent de déterminer les vitesses de rotation possibles, compte tenu de tous les harmoniques qui interviennent. Le couple électromagnétique dans une machine électrique est défini par l'expression suivante :

$$\Gamma = \frac{1}{2} p I_t \frac{\partial \Psi}{\partial \epsilon} = \frac{p}{2} I_t \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Theta} I$$

Le développement de la relation précédente fait apparaître deux termes :

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= p I^r \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (I_{o\alpha\beta, m}^s)_t \frac{\partial}{\partial \epsilon} (\mathcal{L}_{o\alpha\beta, 2l+1}^{sr}) \\ \Gamma_2 &= \frac{p}{2} \sum_{m'=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (I_{o\alpha\beta, m'}^s)_t \frac{\partial}{\partial \epsilon} (\mathcal{L}_{o\alpha\beta, 2k}^s) I_{o\alpha\beta, m}^s \end{aligned}$$

Le premier couple est dû à la présence de deux champs tournants tandis que le second est produit par la saillance des pôles. Explicitons ces deux expressions

$$\Gamma_1 = - \frac{3p}{\sqrt{2}} I^r \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} a_{2l+1}^2 (2l+1) M'_{2l+1} I_m \sin \left[(2l+1) (0 - 0_o) - a_m a_{2l+1} m (\omega t - \varphi_m) \right]$$

Le couple Γ_1 a une valeur moyenne différente de zéro pour

$$(2l+1) \theta = a_m a_{2l+1} m \omega t \quad \text{pour } 2l+1 \neq 3n$$

De même Γ_2 est égal à

$$\Gamma_2 = -\frac{3p}{2} \sum_{m'=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} k I_m I_{m'} \left\{ a_k^2 \wedge_{1,2k} \sin \left[2k(\theta - \theta_0) - a_k a_m (\omega t - \varphi_m) - a_k a_{m'} (\omega t - \varphi_{m'}) \right] + 2(1 - a_k^2) \wedge_{2,2k} \sin 2k(\theta - \theta_0) \cos m(\omega t - \varphi_m) \cos m'(\omega t - \varphi_{m'}) \right\}$$

La valeur moyenne est différente de zéro sauf en un nombre discret de points lorsque l'une des conditions suivantes est réalisée :

$$k \neq 3n \quad 2k\theta - a_k a_m m \omega t - a_k a_{m'} m' \omega t = 0$$

$$k = 3n \quad 2k\theta \pm m \omega t \pm m' \omega t = 0$$

Si Ω est la vitesse de rotation angulaire du moteur ($\theta = p\Omega t$), les vitesses de rotation possibles sont :

$$\Omega = a_m a_{2l+1} \frac{m}{2l+1} \frac{\omega}{p} \quad \text{pour } (2l+1) \neq 3n$$

$$\Omega = \frac{a_k}{2k} (a_m m + a_{m'} m') \frac{\omega}{p} \quad \text{pour } k \neq 3n$$

$$\Omega = \pm \frac{1}{2k} (m \pm m') \frac{\omega}{p} \quad \text{pour } k = 3n$$

Elles sont données par les tableaux suivants :

$\begin{matrix} m \\ 2l+1 \end{matrix}$	1	2	4	5	7
1	$\frac{\omega}{p}$	$-\frac{2\omega}{p}$	$\frac{\omega}{p}$	$-\frac{5\omega}{p}$	$\frac{7\omega}{p}$
5	$-\frac{\omega}{5p}$	$\frac{2\omega}{5p}$	$-\frac{4\omega}{5p}$	$\frac{\omega}{p}$	$-\frac{7\omega}{5p}$
7	$\frac{\omega}{7p}$	$-\frac{2\omega}{7p}$	$\frac{4\omega}{7p}$	$-\frac{5\omega}{7p}$	$\frac{\omega}{p}$
11	$-\frac{\omega}{11p}$	$\frac{2\omega}{11p}$	$-\frac{4\omega}{11p}$	$\frac{5\omega}{11p}$	$-\frac{7\omega}{11p}$
13	$\frac{\omega}{13p}$	$-\frac{2\omega}{13p}$	$\frac{4\omega}{13p}$	$-\frac{5\omega}{13p}$	$\frac{7\omega}{13p}$

Pour le couple Γ_2 dû à la saillance des pôles, le problème est à trois variables. Nous ne donnerons les valeurs de Ω que pour $k = 1, 2$ et 3.

$k = 1$

$n \backslash m$	1	2	3	5	7
1	$\frac{\omega}{p}$	$-\frac{\omega}{2p}$	$\frac{5\omega}{2p}$	$-\frac{2\omega}{p}$	$\frac{\omega}{p}$
2	$-\frac{\omega}{2p}$	$-\frac{2\omega}{p}$	$\frac{\omega}{p}$	$-\frac{7\omega}{2p}$	$\frac{5\omega}{2p}$
3	$\frac{5\omega}{2p}$	$\frac{\omega}{p}$	$\frac{4\omega}{p}$	$-\frac{\omega}{2p}$	$\frac{11\omega}{2p}$
5	$-\frac{2\omega}{p}$	$-\frac{7\omega}{2p}$	$-\frac{\omega}{2p}$	$-\frac{5\omega}{p}$	$\frac{\omega}{p}$
7	$\frac{\omega}{p}$	$\frac{5\omega}{2p}$	$\frac{11\omega}{2p}$	$\frac{\omega}{p}$	$\frac{7\omega}{p}$

$k = 2$

$m \backslash m$	1	2	3	5	7
1	$-\frac{\omega}{2p}$	$\frac{\omega}{2p}$	$-\frac{5\omega}{2p}$	$\frac{\omega}{p}$	$-\frac{2\omega}{p}$
2	$\frac{\omega}{2p}$	$\frac{\omega}{p}$	$-\frac{\omega}{2p}$	$\frac{7\omega}{p}$	$\frac{5\omega}{4p}$
3	$-\frac{5\omega}{2p}$	$-\frac{\omega}{2p}$	$-\frac{2\omega}{p}$	$\frac{\omega}{4p}$	$-\frac{11\omega}{2p}$
5	$\frac{\omega}{p}$	$\frac{7\omega}{4p}$	$\frac{\omega}{4p}$	$-\frac{5\omega}{2p}$	$-\frac{\omega}{2p}$
7	$-\frac{2\omega}{p}$	$-\frac{5\omega}{4p}$	$-\frac{11\omega}{p}$	$-\frac{\omega}{2p}$	$\frac{7\omega}{2p}$

m \ m	1	2	3	4	5	6	7			
1	0	$\frac{\omega}{3p}$	$\frac{\omega}{2p}$	$\frac{\omega}{6p}$	$\frac{5\omega}{6p}$	$\frac{\omega}{2p}$	$\frac{\omega}{p}$	$\frac{2\omega}{3p}$	$\frac{\omega}{p}$	$\frac{4\omega}{3p}$
	$-\frac{\omega}{3p}$	0	$-\frac{\omega}{6p}$	$-\frac{\omega}{2p}$	$-\frac{5\omega}{6p}$	$-\frac{2\omega}{3p}$	$-\frac{\omega}{p}$	$-\frac{4\omega}{3p}$	$-\frac{\omega}{p}$	
2	$\frac{\omega}{2p}$	$\frac{\omega}{6p}$	0	$\frac{2\omega}{3p}$	$\frac{\omega}{p}$	$\frac{\omega}{3p}$	$\frac{\omega}{2p}$	$\frac{7\omega}{6p}$	$\frac{5\omega}{6p}$	$\frac{3\omega}{2p}$
	$-\frac{\omega}{6p}$	$-\frac{\omega}{2p}$	$-\frac{2\omega}{3p}$	0	$-\frac{\omega}{3p}$	$-\frac{\omega}{p}$	$-\frac{7\omega}{6p}$	$-\frac{\omega}{2p}$	$-\frac{3\omega}{2p}$	$-\frac{5\omega}{6p}$
4	$\frac{5\omega}{6p}$	$\frac{\omega}{2p}$	$\frac{\omega}{p}$	$\frac{\omega}{3p}$	0	$\frac{4\omega}{3p}$	$\frac{\omega}{6p}$	$\frac{3\omega}{2p}$	$\frac{\omega}{2p}$	$\frac{11\omega}{6p}$
	$-\frac{\omega}{2p}$	$-\frac{5\omega}{6p}$	$-\frac{\omega}{3p}$	$-\frac{\omega}{p}$	$-\frac{4\omega}{3p}$	0	$-\frac{3\omega}{2p}$	$-\frac{\omega}{6p}$	$-\frac{11\omega}{6p}$	$-\frac{\omega}{2p}$
5	$\frac{\omega}{p}$	$\frac{2\omega}{3p}$	$\frac{\omega}{2p}$	$\frac{7\omega}{6p}$	$\frac{\omega}{6p}$	$\frac{3\omega}{2p}$	0	$\frac{5\omega}{3p}$	$\frac{\omega}{3p}$	$\frac{2\omega}{p}$
	$-\frac{2\omega}{3p}$	$-\frac{\omega}{p}$	$-\frac{7\omega}{6p}$	$-\frac{\omega}{2p}$	$-\frac{3\omega}{2p}$	$-\frac{\omega}{6p}$	$-\frac{5\omega}{3p}$	0	$-\frac{2\omega}{p}$	$-\frac{\omega}{3p}$
7	$\frac{\omega}{p}$	$\frac{4\omega}{3p}$	$\frac{5\omega}{6p}$	$\frac{3\omega}{2p}$	$\frac{\omega}{2p}$	$\frac{11\omega}{6p}$	$\frac{\omega}{3p}$	$\frac{2\omega}{p}$	0	$\frac{7\omega}{3p}$
	$-\frac{4\omega}{3p}$	$-\frac{\omega}{p}$	$-\frac{3\omega}{2p}$	$-\frac{5\omega}{6p}$	$-\frac{11\omega}{6p}$	$-\frac{\omega}{2p}$	$-\frac{2\omega}{p}$	$-\frac{\omega}{3p}$	$-\frac{7\omega}{3p}$	0

Les couples dûs aux fondamentaux des différentes grandeurs, c'est-à-dire pour $l = 0$ $m = m' = k = 1$ sont prépondérants et la vitesse de rotation correspondante vaut $\Omega = \frac{\omega}{p} = 500$ t/mn. Pour cette même vitesse d'autres couples synchrones de moins en moins importants au fur et à mesure que l'ordre des harmoniques des courants et des inductances augmente viennent s'ajouter au couple principal. Toutes les autres valeurs donnent lieu à un couple fluctuant. Nous verrons que les harmoniques pairs des courants sont nuls lorsque l'alternateur débite dans une charge linéaire passive ou lorsqu'il est couplé sur le réseau. Ils n'existent en effet que si la source qui alimente la machine comporte des harmoniques pairs. Les premiers termes du développement qui interviennent sont d'ordre 5 et 7 et les vitesses de synchronisme les plus importantes, inférieures à $\frac{\omega}{p}$, qu'ils engendrent sont

$$\frac{\omega}{7p}, \frac{\omega}{4p}, \frac{\omega}{3p}, \frac{2\omega}{3p}$$

3. 2. 5 - Expression générale des flux dans le cas où la machine tourne à la vitesse $\frac{\omega}{p}$.

Si la machine tourne à la vitesse angulaire $\frac{\omega}{p}$ ($\theta = \omega t$), les relations donnant les différents flux se mettent sous la forme donnée par la planche 5.

Nous allons effectuer un changement d'indice pour les différentes sommations de manière à faire apparaître dans l'ordre les harmoniques des flux. Nous utiliserons pour cela les conditions d'existence d'un couple à la vitesse $\frac{\omega}{p}$ établies au paragraphe précédent.

Ψ_0 ne comprend que des harmoniques multiples de 3 nous posons :

$$2k + a_k a_m m = 3i$$

i peut varier de $-\infty$ à $+\infty$. m est défini en fonction de i et de k par la relation

$$m = 3i - 2k = \overline{k, i}$$

Dans l'expression de Ψ_α et Ψ_β , il faut envisager deux possibilités.

$$\begin{aligned}
& \left[\sum_{k=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} I_m \frac{\sqrt{3}}{2} \right. \\
& \quad \left. + (1 - a_k^2) \frac{\Lambda_{2,2k}}{2} \cos \left[\frac{(2k-m)\omega t - 2k\theta_0 + m\varphi_m}{2} \right] \right. \\
& \quad \left. + \cos \left[(2k-m)\omega t - 2k\theta_0 + m\varphi_m \right] \right\} \\
& \quad - a_k \frac{\Lambda_{1,2k}}{2} \sin \left[(2k - a_k a_m) \omega t - 2k\theta_0 + a_k a_m \varphi_m \right] \\
& \quad - (1 - a_k^2) \frac{\Lambda_{2,2k}}{2} \sin \left[(2k+m)\omega t - 2k\theta_0 - m\varphi_m \right] \\
& \quad \left. - \sin \left[(2k-m)\omega t - 2k\theta_0 + m\varphi_m \right] \right\} \\
& \quad + I^r \sqrt{3} \sum_{\substack{l=0 \\ Ul=-\frac{1}{2}}}^{\infty} \sum_{M'_{2l+1}}^{M'_{2l+1}} \frac{1}{2} \\
& \quad \left. - \frac{\sqrt{2}}{2} a_{2l+1} \sin(2l+1)(\omega t - \theta_0) \right. \\
& \quad \left. - \frac{\sqrt{2}}{2} a_{2l+1}^2 \cos(2l+1)(\omega t - \theta_0) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1 - a_{2l+1}^2}{2} \cos(2l+1)(\omega t - \theta_0) \right. \\
& \quad \left. + I^r I^r \right.
\end{aligned}$$

- 37 -

planche 5

- k est différent d'un multiple de 3

$$2k - a_k a_m m = a_k a_{m'} m'$$

soit

$$m = \left| 2k - a_k a_{m'} m' \right| = \overline{k, m'}$$

- k est un multiple de trois.

Nous obtenons tous les nombres de la forme $2k+m$ et $2k-m$ en effectuant la sommation sur m' et $-m'$. Nous en déduisons que

$$m = \left| 2k - m' \right| \quad \text{pour les termes en } m' \text{ et}$$

$$m = 2k + m' \quad \text{pour les termes en } -m' \text{ et}$$

Notons que m' est toujours différent d'un multiple de trois.

Le flux ψ^r ne comprend lui aussi que des harmoniques d'ordre $3j$ et nous posons

$$2l+1 - a_{2l+1} a_m m = 3j$$

soit

$$m = \left| 3j - 2l-1 \right|$$

Dans ces conditions, l'expression des flux est donnée sur la planche 6.

3.2.6 - Equations électriques de fonctionnement de la machine homopolaire.

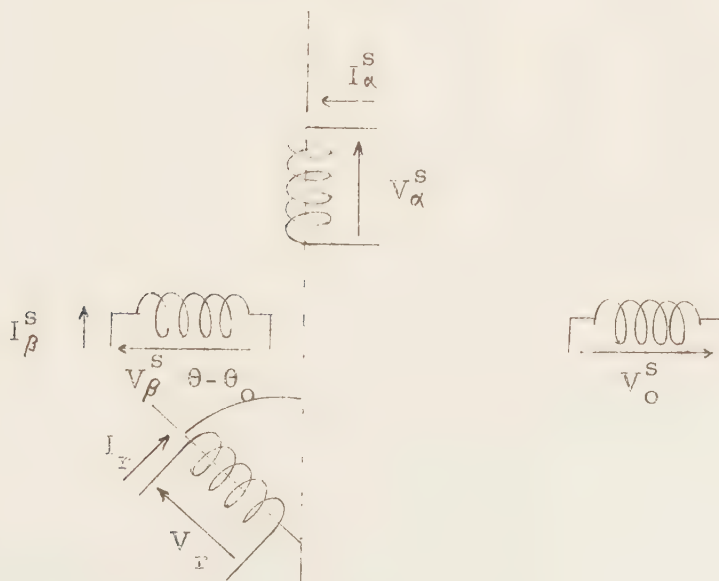


figure 16

$$\begin{aligned}
& \left[\psi_0 \right] \\
& \left[\begin{array}{c} \psi_\alpha \\ \psi_\beta \end{array} \right] \\
& \left[\psi^r \right]
\end{aligned}
=
\begin{aligned}
& \sqrt{\frac{3}{2}} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} a_k^2 \Lambda_{2,2k} \left\{ I_{kl} \cos \left[3i\omega t - 2k\theta_0 - (3i-2k)\varphi_{k,i} \right] + I_{k,-i} \cos \left[-3i\omega t - 2k\theta_0 + (3i+2k)\varphi_{k,-i} \right] \right\} \\
& + 3I^r \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{u=-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} M'_{3(2l+1)} \cos 3(2l+1)(\omega t - \theta_0) \\
& \left[\begin{array}{c} \Lambda_{1,2k} \\ \Lambda_{1,2k} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} -a_{m'} \sin \left[m'\omega t - 2a_k a_{m'} k\theta_0 + (2a_k a_{m'} k - m')\varphi_{k,m'} \right] \\ \cos \left[m'\omega t - 2a_k a_{m'} k\theta_0 + (2a_k a_{m'} k - m')\varphi_{k,m'} \right] \end{array} \right] \\
& + (1 - a_k^2) \Lambda_{2,2k} \left\{ I_{|2k-m'|} \left[\begin{array}{c} -a_{m'} \sin \left[m'\omega t - 2k\theta_0 + (2k-m')\varphi_{2k-m'} \right] \\ \cos \left[m'\omega t - 2k\theta_0 + (2k-m')\varphi_{2k-m'} \right] \end{array} \right] \right. \\
& \left. + I_{2k+m'} \left[\begin{array}{c} -a_{m'} \sin \left[m'\omega t + 2k\theta_0 - (2k+m')\varphi_{2k+m'} \right] \\ \cos \left[m'\omega t + 2k\theta_0 - (2k+m')\varphi_{2k+m'} \right] \end{array} \right] \right\} + \sqrt{\frac{3}{2}} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{u=-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} a_{2l+1}^2 M'_{2l+1} I^r \left[\begin{array}{c} \cos(2l+1)(\omega t - \theta_0) \\ -a_{2l+1} \sin(2l+1)(\omega t - \theta_0) \end{array} \right] \\
& \frac{3\sqrt{2}}{2} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{u=-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} a_{2l+1}^2 M'_{2l+1} \sum_{j=0}^{\infty} \left\{ I_{|3j-2l-1|} \cos \left[3j\omega t - (2l+1)\theta_0 + (2l+1-3j)\varphi_{3j-2l-1} \right] \right. \\
& \left. + I_{3j+2l+1} \cos \left[3j\omega t + (2l+1)\theta_0 - (2l+1+3j)\varphi_{3j+2l+1} \right] \right\} + I^r \cdot I^r
\end{aligned}$$

Appliquons la loi d'Ohm aux armatures de la machine

$$[V] - [R][I] = \frac{1}{dt}[\Psi]$$

Dans le cas général, la tension aux bornes d'un enroulement statorique n'est pas sinusoïdale et peut être décomposée en série de Fourier. Dans les composantes $0, \alpha, \beta$, les tensions se mettent sous la forme :

$$v_{0\alpha\beta}^s = \sum_{m=1}^{\infty} V_m \sqrt{6} \begin{bmatrix} (1-a_m^2) \cos m(\omega t - \eta_m) \\ \frac{\sqrt{2}}{2} a_m^2 \cos m(\omega t - \eta_m) \\ - \frac{\sqrt{2}}{2} a_m \sin m(\omega t - \eta_m) \end{bmatrix}$$

Nous appelons R la résistance d'une phase de l'induit et R_r celle de l'inducteur. Nous posons d'autre part

$$\Lambda_{1,2k} \omega = X_{1,2k}$$

$$\Lambda_{2,2k} \omega = X_{2,2k}$$

$$\frac{2l+1}{\sqrt{2}} M'_{2l+1} I_r = E_{2l+1}$$

Les équations de fonctionnement électrique de la machine synchrone homopolaire ne s'expriment pas de manière simple dans les composantes $0, \alpha, \beta$, si on tient compte des harmoniques (planche 7).

3. 2. 7 - Machine diphasée équivalente à la machine homopolaire.

Il n'est pas possible de donner un schéma équivalent valable pour tous les harmoniques. Il en faut un par harmonique des tensions statoriques. Ces schémas équivalents se ramènent à deux types suivant que l'harmonique est ou n'est pas multiple de 3.

$$V_{\alpha}^s = \sum_{m=1}^{\infty} V_{\beta}^s$$

$$\begin{aligned}
& + I_{k,-i} \sin \left[3i \omega t + 2k \theta_0 - (3i+2k) \varphi_{k,-i} \right] - \sum_{l=0}^{\infty} E_{3(2l+1)} \sin 3(2l+1) (\omega t - \theta_0) \\
& V_m \left[\begin{array}{c} \cos m'(\omega t - \gamma_{m'}) \\ -a_{m'} \sin m'(\omega t - \gamma_{m'}) \end{array} \right] = \sum_{m'=1}^{\infty} I_{m'} \left[\begin{array}{c} a_{m'} m' X_{2,2k} \\ -a_{m'} m' X_{2,2k} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \cos m'(\omega t - \varphi_{m'}) \\ -a_{m'} \sin m'(\omega t - \varphi_{m'}) \end{array} \right] \\
& + \sum_{m'=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{a_k} \frac{I_{k,m'}}{2} \left[\begin{array}{c} 0 \\ -a_{m'} m' X_{1,2k} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} a_{m'} m' X_{1,2k} \\ 0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \cos m' \omega t - 2a_{k m'} a_{k \theta_0} + (2a_{k m'} a_{k-m'}) \varphi_{k,m'} \\ -a_{m'} \sin [m' \omega t - 2a_{k m'} a_{k \theta_0} + (2a_{k m'} a_{k-m'}) \varphi_{k,m'}] \end{array} \right] \\
& + \sum_{m'=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} (1-a_k^2) \left[\begin{array}{c} 0 \\ -a_{m'} m' X_{2,2k} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} a_{m'} m' X_{2,2k} \\ 0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \cos [m' \omega t - 2k \theta_0 + (2k-m') \varphi_{2k-m'}] \\ -a_{m'} \sin [m' \omega t - 2k \theta_0 + (2k-m') \varphi_{2k-m'}] \end{array} \right] \\
& + \frac{I_{2k+m'}}{2} \left[\begin{array}{c} \cos [m' \omega t + 2k \theta_0 - (2k+m') \varphi_{2k+m'}] \\ -a_{m'} \sin [m' \omega t + 2k \theta_0 - (2k+m') \varphi_{2k+m'}] \end{array} \right] - \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2}{a_{2l+1}} E_{2l+1} \left[\begin{array}{c} \sin (2l+1) (\omega t - \theta_0) \\ a_{2l+1} \cos (2l+1) (\omega t - \theta_0) \end{array} \right]
\end{aligned}$$

$$V^r = R_r I^r - \frac{9}{\sqrt{2}} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2}{a_{2l+1}} j \omega M'_{2l+1} \left\{ \begin{array}{c} I_{3j-2l-1} \sin [3j \omega t - (2l+1) \theta_0 + (2l+1-3j) \varphi_{3j-2l-1}] \\ U = -\frac{1}{2} \end{array} \right\}$$

$$+ I_{3j+2l+1} \sin [3j \omega t + (2l+1) \theta_0 - (3j+2l+1) \varphi_{3j+2l+1}]$$

planche 7

1er cas m' n'est pas un multiple de 3.

Pour l'harmonique m' la machine vue du stator peut se ramener à deux enroulements fixes diphasés alimentés par deux tensions en quadrature de pulsation $m'\omega$ et plusieurs enroulements tournant à la vitesse angulaire $m'\omega$ alimentés en courant continu.

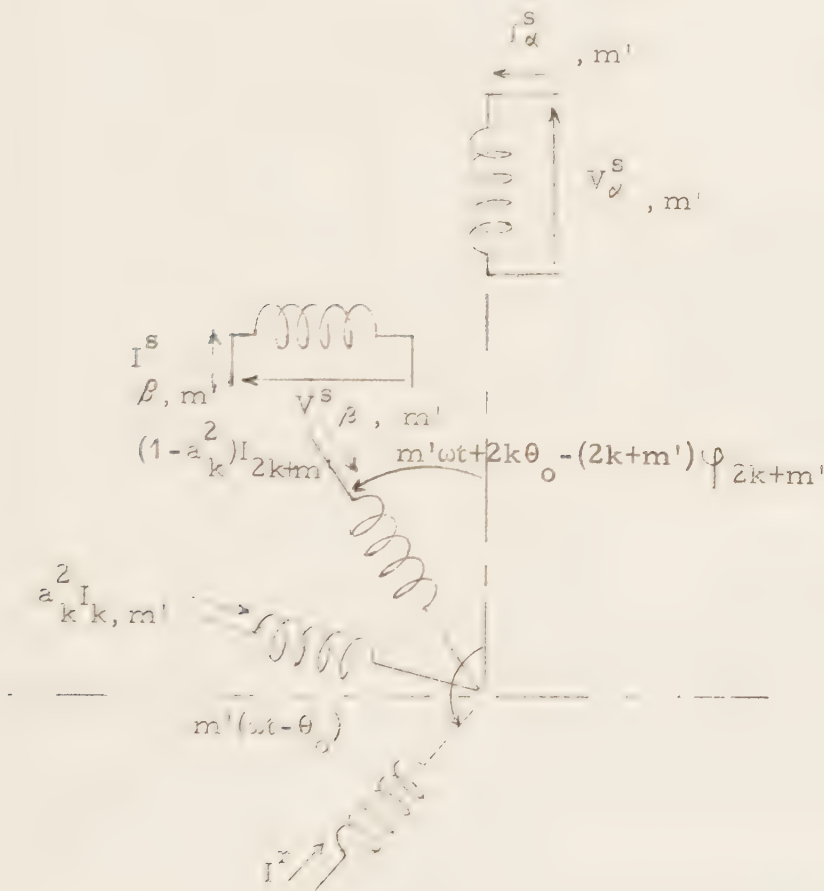


figure 17

Notons que l'enroulement parcouru par le courant I_r n'intervient que pour m' impair.

2ème cas m' est un multiple de 3. $m' = 3i$

La tension homopolaire d'ordre $3i$ est obtenue aux bornes d'un enroulement tournant à la vitesse $3i\omega$ par rapport à des enroulements fixes parcourus respectivement par des courants continus $\overline{I_{k,i}}$, $\overline{I_{k,-i}}$ et I_r .

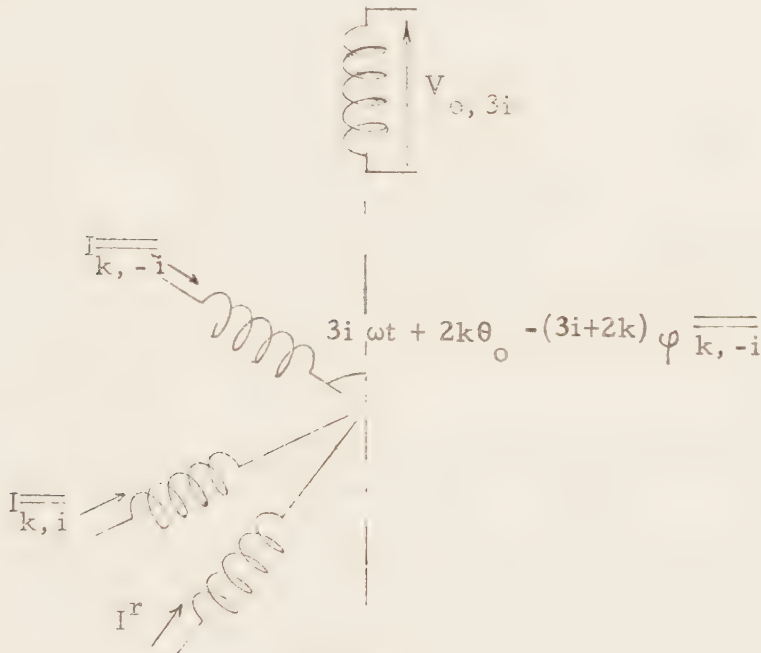


figure 18

L'enroulement parcouru par le courant I_r n'existe que pour i impair. Comme il n'y a pas de courant homopolaire, la composante homopolaire de la tension n'intervient pas dans l'échange d'énergie et nous n'en tiendrons pas compte dans la suite.

3.3 - Equations électriques de fonctionnement de la machine homopolaire avec les composantes de Park. [7] [8] [9]

3.3.1 - Généralités sur les composantes de Park.

Une machine diphasée alimentée au stator par des tensions sinusoïdales en quadratures et de pulsation ω , tourne avec la vitesse angulaire électrique ω . (figure 19).

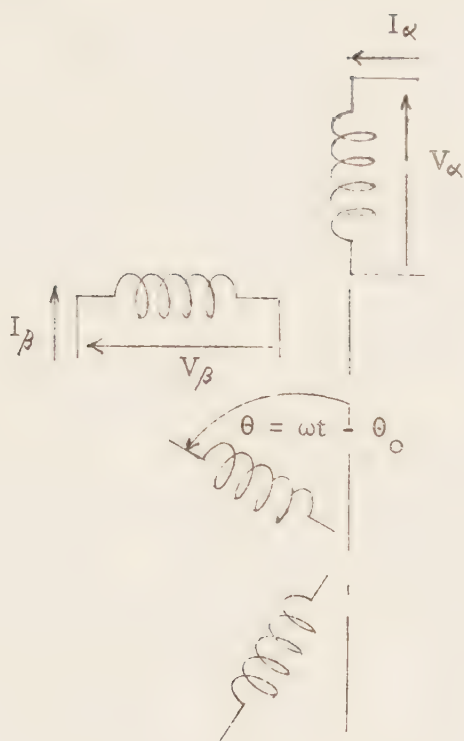


figure 19

Pour un observateur lié au rotor, les grandeurs électriques apparaissent comme fixes. Nous allons introduire des courants et des tensions dans des enroulements fictifs d et q tournant à la même vitesse que le rotor. Ceci consiste à projeter les grandeurs statoriques sur le rotor au moyen de la matrice de rotation P.

$$P = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$V_{dq}^s = P V_{\alpha\beta}^s$$

V_{dq}^s obtenu par la transformation de Park est indépendant du temps

3.3.2 - Equations de fonctionnement électrique de la machine homopolaire.

Nous allons appliquer cette transformation à chaque harmonique d'ordre m' à l'aide de la matrice de rotation $P_{m'}$, définie par

$$P_{m'} = \begin{bmatrix} \cos m' (\omega t - \theta_o) & -a_{m'} \sin m' (\omega t - \theta_o) \\ a_{m'} \sin m' (\omega t - \theta_o) & \cos m' (\omega t - \theta_o) \end{bmatrix}$$

En prémultipliant l'expression de $V_{\alpha\beta}^s$, m' par $P_{m'}$ et en posant $E_{m'}$, nul pour m' pair nous obtenons l'expression suivante pour l'harmonique m'

$$\begin{bmatrix} \cos m' (\gamma_{m'} - \theta_o) \\ \sin m' (\gamma_{m'} - \theta_o) \end{bmatrix} = I_{m'} \begin{bmatrix} R & m' X_{2,o} \\ -m' X_{2,o} & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos m' (\varphi_{m'} - \theta_o) \\ \sin m' (\varphi_{m'} - \theta_o) \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k^2 I_{k,m'} \begin{bmatrix} 0 & \frac{m' X_{2,6n}}{2} \\ \frac{1,2k}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos (2a_k a_{m'} k - m') (\theta_o - \varphi_{k,m'}) \\ \sin (2a_k a_{m'} k - m') (\theta_o - \varphi_{k,m'}) \end{bmatrix} + \sum_{n=1}^{\infty} \begin{bmatrix} 0 & \frac{m' X_{2,6n}}{2} \\ -\frac{m' X_{2,6n}}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos (6n-m') (\theta_o - \varphi_{6n-m'}) \\ \sin (6n-m') (\theta_o - \varphi_{6n-m'}) \end{bmatrix} + I_{6n+m'} \begin{bmatrix} \cos (6n+m') (\theta_o - \varphi_{6n+m'}) \\ \sin (6n+m') (\theta_o - \varphi_{6n+m'}) \end{bmatrix} \left. \vphantom{\sum_{k=1}^{\infty}} \right\} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_{m'} \end{bmatrix}$$

Tous les termes de la sommation par rapport à k sont obtenus au signe près dans la sommation par rapport à n

Ainsi

$$6n - m' = -2 a_k a_{m'} k + m' \text{ pour } k = |3n - m'|$$

$$6n + m' = 2 a_k a_{m'} k - m' \text{ pour } k = 3n + m'$$

Nous adopterons les notations suivantes

$$\begin{bmatrix} V_{d,m'}^s \\ -V_{q,m'}^s \end{bmatrix} = V_{m'} \begin{bmatrix} \cos m'(\eta_{m'} - \theta_o) \\ \sin m'(\eta_{m'} - \theta_o) \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} I_{d,m'}^s \\ -I_{q,m'}^s \end{bmatrix} = I_{m'} \begin{bmatrix} \cos m'(\varphi_{m'} - \theta_o) \\ \sin m'(\varphi_{m'} - \theta_o) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{d,6n-m'}^s \\ -I_{q,6n-m'}^s \end{bmatrix} = I_{|6n-m'|} \begin{bmatrix} \cos (6n - m')(\theta_o - \varphi_{|6n-m'|}) \\ \sin (6n - m')(\theta_o - \varphi_{|6n-m'|}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{d,6n+m'}^s \\ -I_{q,6n+m'}^s \end{bmatrix} = I_{6n+m'} \begin{bmatrix} \cos (6n + m')(\theta_o - \varphi_{6n+m'}) \\ \sin (6n + m')(\theta_o - \varphi_{6n+m'}) \end{bmatrix}$$

$$\frac{X_{2,6n}}{2} - \frac{X_{1,6n \pm 2m'}}{2} = X_{q,6n \pm 2m'}$$

pour $n \neq 0$

$$\frac{X_{2,6n}}{2} + \frac{X_{1,6n \pm 2m'}}{2} = X_{d,6n \pm 2m'}$$

$$X_{2,o} - \frac{X_{1,2m'}}{2} = X_{q,m'}$$

pour $n = 0$

$$X_{2,o} + \frac{X_{1,2m'}}{2} = X_{d,m'}$$

L'équation de fonctionnement électrique du stator pour l'harmonique m' dans les axes d et q liés au rotor s'écrit

$$\begin{bmatrix} V_{d,m'}^s \\ V_{q,m'}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & -m'X_{q,m'} \\ m'X_{d,m'} & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{d,m'}^s \\ I_{q,m'}^s \end{bmatrix} + \sum_{n=1}^{\infty} m' \left\{ \begin{bmatrix} 0 & -X_{q,6n-2m'} \\ X_{d,6n-2m'} & 0 \end{bmatrix} \right.$$

$$\left. \begin{bmatrix} I_{d,(6n-m')}^s \\ I_{q,(6n-m')}^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -X_{q,6n+2m'} \\ X_{d,6n+2m'} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{d,6n+m'}^s \\ I_{q,6n+m'}^s \end{bmatrix} \right\} + \begin{bmatrix} 0 \\ E_{m'} \end{bmatrix}$$

Cette expression nous montre que pour m' pair, tous les indices qui interviennent sont pairs. Si la tension d'alimentation ne comprend que des harmoniques impairs, tous les harmoniques pairs des courants sont nuls. Cela est vérifié en particulier lorsque la machine est couplée sur le réseau supposé dépourvu d'harmoniques. Les relations développées pour le fondamental et les harmoniques 5 et 7 deviennent :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_{d,1} \\ V_{q,1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R & -X_{q,1} \\ X_{d,1} & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{d,1} \\ I_{q,1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -X_{q,5} \\ X_{d,5} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{d,5} \\ I_{q,5} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -X_{q,7} \\ X_{d,7} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{d,7} \\ I_{q,7} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ E_1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} V_{d,5} \\ V_{q,5} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & -5X_{d,4} \\ 5X_{d,4} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{d,1} \\ I_{q,2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R & -5X_{q,5} \\ 5X_{d,5} & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{d,5} \\ I_{q,5} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -5X_{q,7} \\ 5X_{d,7} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{d,7} \\ I_{q,7} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ E_5 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} V_{d,7} \\ V_{q,7} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & -7X_{q,8} \\ 7X_{d,8} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{d,1} \\ I_{q,1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -7X_{q,2} \\ 7X_{d,2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{d,5} \\ I_{q,5} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R & -7X_{q,7} \\ 7X_{d,7} & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{d,7} \\ I_{q,7} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ E_7 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Grâce aux deux transformations de Concordia et de Park, les équations de fonctionnement stationnaire de la machine homopolaire se mettent sous une forme simple ne faisant intervenir que les harmoniques des courants et des tensions. Les différentes réactances directes et en quadratures sont difficiles à déterminer et nous supposons dans la deuxième partie que les harmoniques sont négligeables en première approximation. L'étude du fonctionnement de la machine homopolaire en alternateur et couplée sur le réseau nous permettra de voir dans quelle mesure cette approximation est justifiée.

- DEUXIEME PARTIE -

ETUDE DU FONCTIONNEMENT DE LA MACHINE SYNCHRONES HOMOPOLAIRE

1 - Fonctionnement de la machine synchrone.

1.1 - Equations.

Si nous négligeons les harmoniques, l'équation de fonctionnement de la machine se réduit à

$$\begin{bmatrix} V_{d,1}^s \\ V_{q,1}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & -X_{q,1} \\ X_{d,1} & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{d,1}^s \\ I_{q,1}^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ E_1 \end{bmatrix}$$

Nous prendrons comme origine des phases, celle de la phase 1 (γ_1 nul) et nous adopterons les notations suivantes :

$$V_{d,1}^s = V_d = V \cos \theta_o = V \sin \delta$$

$$V_{q,1}^s = V_q = V \sin \theta_o = V \cos \delta$$

$$I_{d,1}^s = I_d = I \cos (\theta_o - \varphi) = I \sin (\delta + \varphi)$$

$$I_{q,1}^s = I_q = I \sin (\theta_o - \varphi) = I \cos (\delta + \varphi)$$

$$E_1 = E = \frac{M'_1 \omega I_r}{\sqrt{2}}$$

$$X_{d,1} = X_d = X_{2,o} + \frac{X_{1,2}}{2}$$

$$X_{q,1} = X_q = X_{2,o} - \frac{X_{1,2}}{2}$$

Dans ces conditions nous trouverons une équation tout à fait semblable à celle d'une machine synchrone à pôles saillants ordinaire.

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & -X_q \\ X_d & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ E \end{bmatrix}$$

Nous verrons par la suite qu'elles diffèrent par la valeur de X_q comparée à celle de X_d .

1.2 - Diagramme des tensions.

Si nous posons :

$$\bar{V} = V_d + j V_q = V e^{j\theta_0} = j V e^{-j\delta}$$

la tension complexe $\bar{V}$ est définie par la relation suivante en fonction de I_d , I_q et E .

$$\bar{V} = V_d + j V_q = j E + R (I_d + j I_q) - X_q I_q + j X_d I_d$$

Cela se traduit par le diagramme de la figure 20 tracé dans le plan complexe.

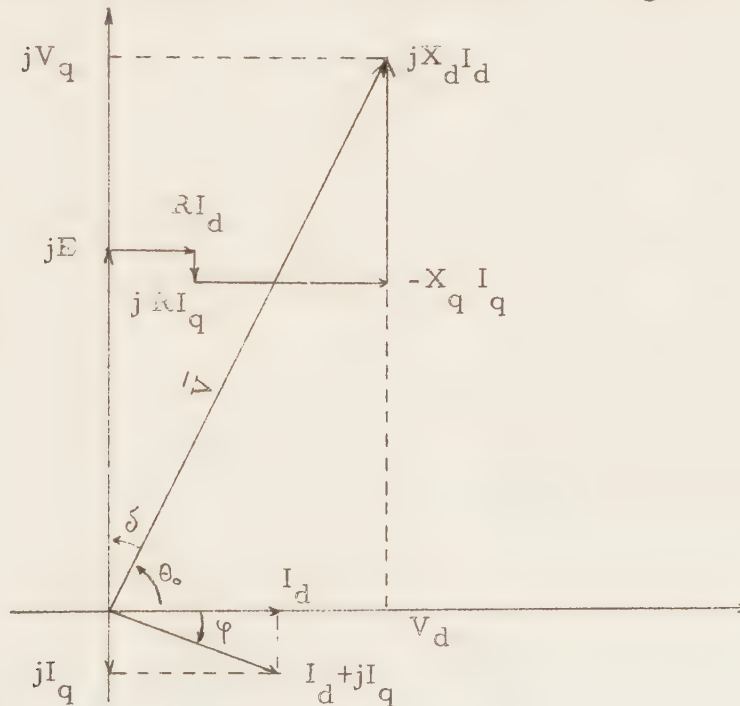


figure 20

Ce diagramme redonne celui de la machine à pôles lisses pour $X_d = X_q$.

4.3 - Caractéristiques externes de l'alternateur homopolaire.

L'alternateur est chargé sur trois impédances identiques montées en étoile (figure 21).

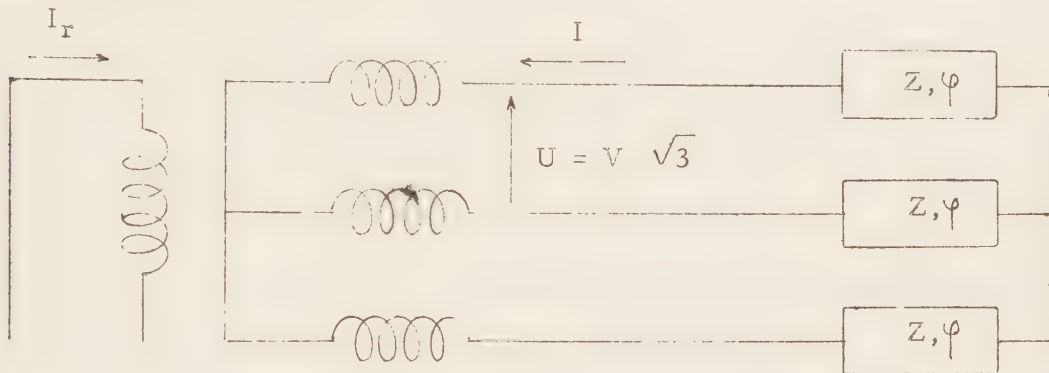


figure 21

V, I, δ, φ et E sont liés par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} (V - RI \cos \varphi + X_q I \sin \varphi) \sin \delta + (RI \sin \varphi + X_d I \cos \varphi) \cos \delta &= 0 \\ -(X_d I \cos \varphi + RI \sin \varphi) \sin \delta + (V + X_d I \sin \varphi - RI \cos \varphi) \cos \delta &= E \end{aligned}$$

En éliminant δ on obtient l'équation de la caractéristique externe de l'alternateur à excitation constante. Elle s'écrit :

$$\begin{aligned} V^4 - 4 V^3 I \left[R \cos \varphi - \frac{X_d + X_q}{2} \sin \varphi \right] + V^2 \left[2(R^2 + X_d X_q) I^2 + 4 \left(R \cos \varphi - \frac{X_d + X_q}{2} \sin \varphi \right)^2 I^2 - E^2 \right. \\ \left. - 4 V I^3 (R^2 + X_d X_q) \left(R \cos \varphi - \frac{X_d + X_q}{2} \sin \varphi \right) + 2 V E^2 I (R \cos \varphi - X_q \sin \varphi) \right. \\ \left. + (R^2 + X_d X_q)^2 I^4 - (R^2 + X_q^2) E^2 I^2 \right] = 0 \end{aligned}$$

Le graphe représentant cette fonction est une courbe du quatrième degré qui ne se décompose pas. Les points à vide ($I=0$; $E=V$) et en court-circuit

$(I = \frac{\sqrt{R^2 + X_q^2}}{R^2 + X_d X_q} \quad \varphi; V = 0)$ sont indépendants de φ et la pente de la tangente au

point à vide est :

$$\left(\frac{dV}{dI} \right)_{I=0} = R \cos \varphi - X_d \sin \varphi$$

Les pentes des caractéristiques externes au point $I = 0$, lorsque la charge est constituée successivement par des résistances, des selfs inductances et des condensateurs, sont respectivement $-R$, $-X_d$ et X_d car nous avons compté le courant positif en fonctionnement moteur.

Lorsque l'impédance Z est réduite à un condensateur de réactance X , l'équation de la caractéristique externe s'écrit :

$$V^4 - 2V^3 I (X_d + X_q) + V^2 \left[2(R^2 + X_d X_q) I^2 + (X_d + X_q)^2 I^2 - E^2 \right] - 2V I^3 (X_d + X_q)(R^2 + X_d X_q) - 2V E^2 I X_q + (R^2 + X_d X_q) I^4 - (R^2 + X_q^2) E^2 I^2 = 0$$

Cela nous donne avec $V = X I$.

$$I^2 = \frac{R^2 + X_q^2 - 2 X_q X + X^2}{\left[X^2 - (X_d + X_q) X + R^2 + X_d X_q \right]^2} E^2$$

Si on néglige R^2 devant X_q^2 , le maximum du courant est obtenu pour $X = X_q$ et vaut $\frac{E}{R}$. On est en présence d'un phénomène de résonance électrique.

Notons que si $X_q - X_d > 2R$, I pourrait devenir infini pour certaines valeurs de X , ce qui correspondrait à l'amorçage synchrone. En réalité, nous verrons que cette condition n'est pas remplie pour cette machine.

Les caractéristiques externes ont l'allure suivante : (figure 22)



figure 22

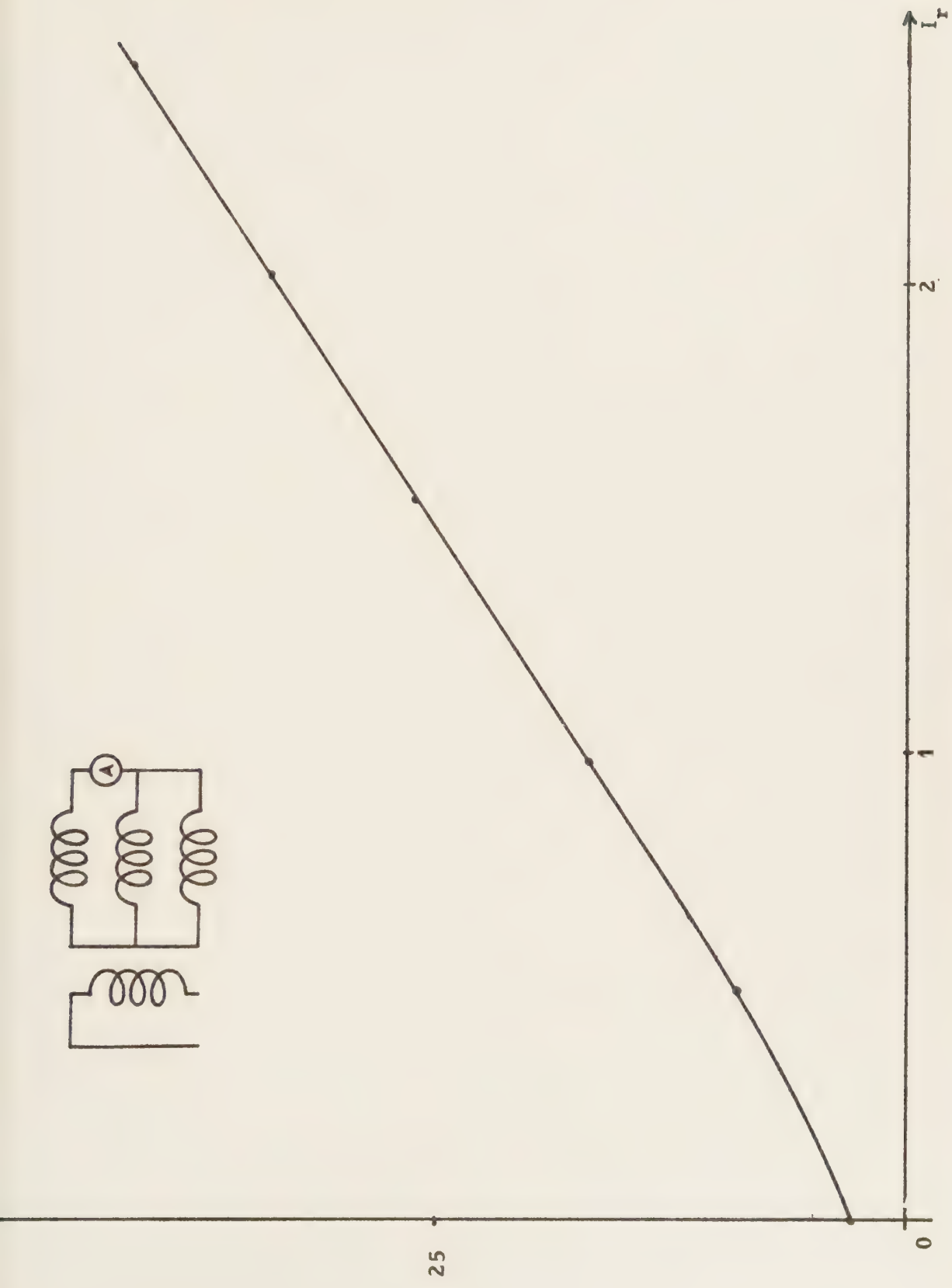
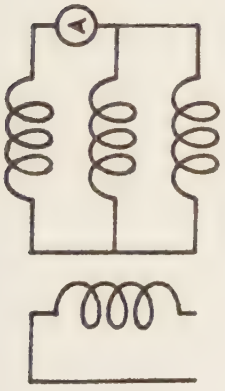
1.4 - Caractéristiques externes expérimentales.

Notons d'abord que le courant de court-circuit est indépendant de la fréquence dès qu'elle est supérieure à 30 Hz. Dans ces conditions R^2 est négligeable devant X_q^2 et $X_d X_q$ et le courant de court-circuit, fonction linéaire de E , a pour coefficient angulaire $\frac{1}{X_d}$. La courbe en court-circuit (planche 8) est une droite et conduit à la valeur $X_d = 0,488 \Omega$.

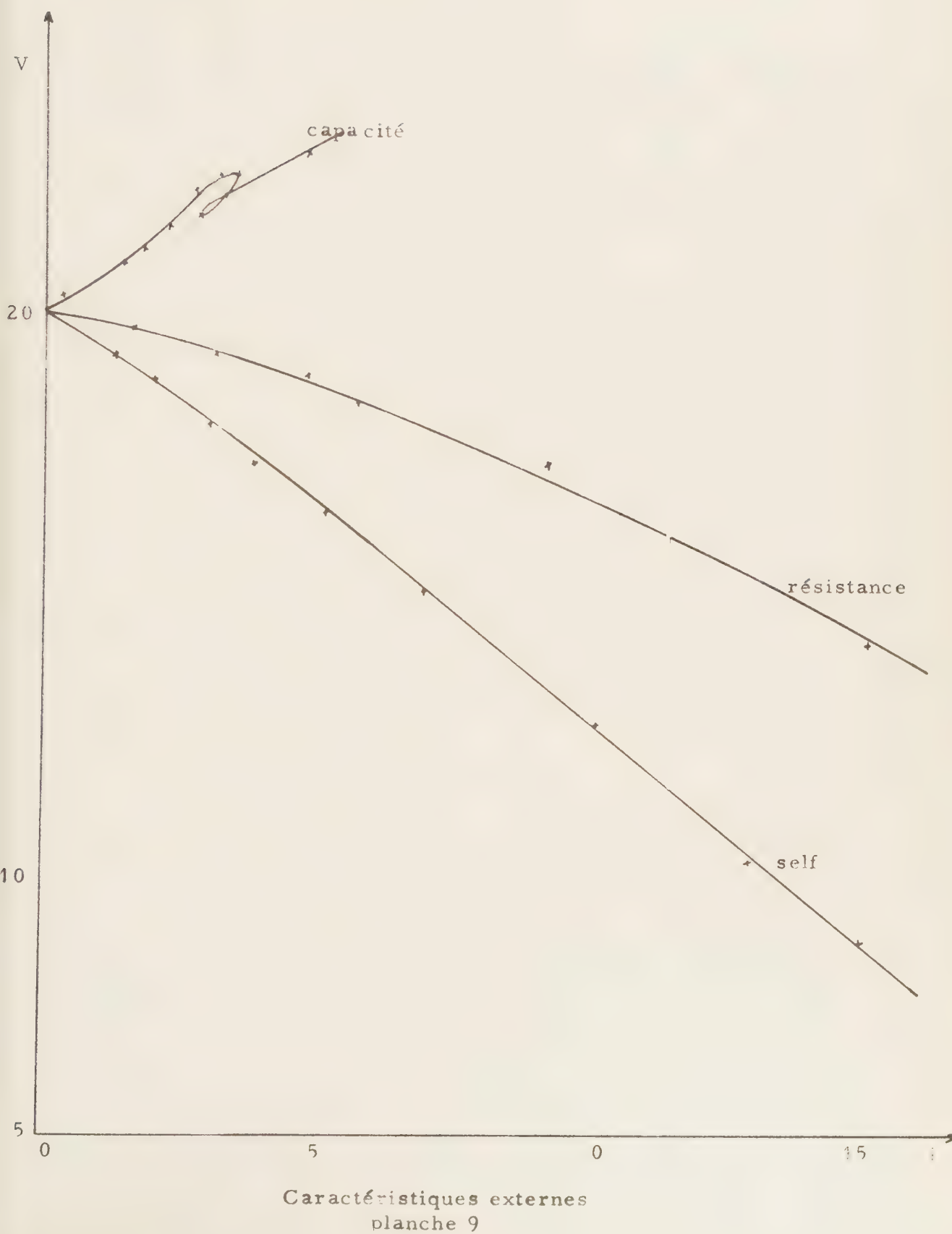
Les caractéristiques externes expérimentales (planche 9) sur résistances et self-inductances sont conformes à ce que nous avons prévu et nous obtenons comme valeur moyenne des essais effectués pour plusieurs valeurs de la force électromotrice :

$$R = 0,095 \Omega .$$

$$X_d = 0,432 \Omega .$$



Caractéristique de court-circuit
planche 8



Sur charge capacitive, la courbe expérimentale fait apparaître un phénomène de résonance secondaire de faible amplitude avec augmentation du taux de l'harmonique 7. Dans ce cas l'approximation que nous avons faite de négliger les harmoniques n'est pas valable. En dehors de la zone de résonance, leurs effets redeviennent négligeables et on retrouve la pente initiale.

2 - Fonctionnement de la machine synchrone en parallèle sur le réseau.

Trois types de diagrammes permettent de traduire le fonctionnement à tension constante. Nous vérifierons expérimentalement ces résultats et nous déterminerons les paramètres R , X_d et X_q . Nous comparerons enfin les fonctionnements des machines homopolaire et hétéropolaire. [10]

2.1 - Diagramme dans le plan des courants.

2.1.1 - Expression du courant.

Les composantes I_d et I_q s'expriment en fonction de

V_d , V_q et E par les relations suivantes :

$$I_d = \frac{R V_d + X_q (V_q - E)}{R^2 + X_d X_q}$$

$$I_q = \frac{-X_d V_d + R (V_q - E)}{R^2 + X_d X_q}$$

Si nous posons $\bar{I} = I e^{-j\varphi}$ l'expression complexe du courant s'écrit :

$$\bar{I} = \frac{1}{R^2 + X_d X_q} \left[(R - j \frac{X_d + X_q}{2}) V + j \frac{X_d - X_q}{2} V e^{2j\delta} - E (R - j X_q) e^{j\delta} \right]$$

L'image de $\bar{I}$ dans le plan complexe des courants décrit une conchoïde de cercle lorsque δ varie à E constant. Le cercle de base est centré au point d'affixe $\frac{V}{R^2 + X_d X_q} (R - j \frac{X_d + X_q}{2})$ et a pour rayon $\frac{V}{R^2 + X_d X_q} \frac{X_d - X_q}{2}$.

Le point singulier Ω' des conchoïdes d'affixe $\frac{V}{R + j X_q}$ est obtenu par l'intersection de la droite OA avec le cercle (planches 10 et 11).

Dans la machine à pôles saillants classique (planche 10) X_d est supérieur à X_q et le point Ω' est extérieur au segment OA. Pour le cas étudié X_d est inférieur à X_q et Ω' est compris entre O et A (planche 11).

2.1.2 - Expression des puissances échangées avec le réseau.

La puissance instantanée dans un système triphasé est égale à

$$P = \begin{bmatrix} i_{abc} \end{bmatrix} t \begin{bmatrix} v_{abc} \end{bmatrix}$$

Les matrices de transformation de Concordia et de Park étant orthogonales et compte tenu du fait qu'il n'y a pas de courant homopolaire, on a

$$P = \begin{bmatrix} i_{dq} \end{bmatrix} t \begin{bmatrix} v_{dq} \end{bmatrix} = 3 (V_d I_d + V_q I_q) = 3 VI \cos \varphi.$$

Nous définissons la puissance complexe par l'expression

$$\bar{S} = 3 (V_d + j V_q) (I_d - j I_q) = 3 V I e^{j\varphi} = P + j Q.$$

La puissance complexe conjuguée S^* est représentée par le vecteur $CM = \bar{I}$ au facteur $3V$ près. Les axes de puissance active et réactive sont respectivement l'axe réel et l'opposé de l'axe imaginaire (planches 10 et 11).

2.1.3 - Puissances internes;;

La puissance absorbée se décompose en deux termes :

$$3 R I^2$$

qui représente les pertes par effet Joule dans les conducteurs

$$P' = 3 \left[(X_d - X_q) I_d + E \right] I_q$$

appelé puissance interne, qui intervient dans l'échange d'énergie électromécanique.

Le lieu de l'affixe $\bar{I}$ à puissance interne constante est un cercle centré en C d'affixe $\frac{V}{2R}$ et de rayon $\sqrt{\frac{V^2}{4R^2} - \frac{P'}{3R}}$. Le point C se trouve à l'intersection de la tangente du cercle de base en Ω' et de l'axe réel. Pour une puissance interne nulle, le lieu se compose du point Ω' obtenu pour $E = - (X_d - X_q) I_d$ et d'un cercle tangent en O à l'axe imaginaire et passant par Ω' . Il correspond à $I_q = 0$. La puissance maximale fournie par la machine synchrone est égale à $P'_m = \frac{3 V^2}{4R}$.

La puissance réactive Q peut se mettre sous la forme suivante

$$Q = \left[3 X_q I^2 + (X_d - X_q) I_d^2 + E I_d \right]$$

Nous définissons la puissance réactive interne par

$$Q' = 3 \left[(X_d - X_q) I_d + E \right] I_d$$

L'image de $\bar{I}$ dans le plan des courants décrit un cercle de centre C' d'affixe

$$\frac{V}{2jX_q} \text{ et de rayon } \sqrt{\frac{V^2}{4X_q^2} - \frac{Q'}{3X_q}} \text{ lorsque la puissance réactive interne}$$

reste constante. Le point C' est à l'intersection de la droite $\Omega \Omega'$ et de l'axe imaginaire. Pour une puissance réactive interne nulle, le cercle est tangent à l'axe réel et passe par Ω' . Il correspond à $I_d = 0$ (planches 10 et 11).

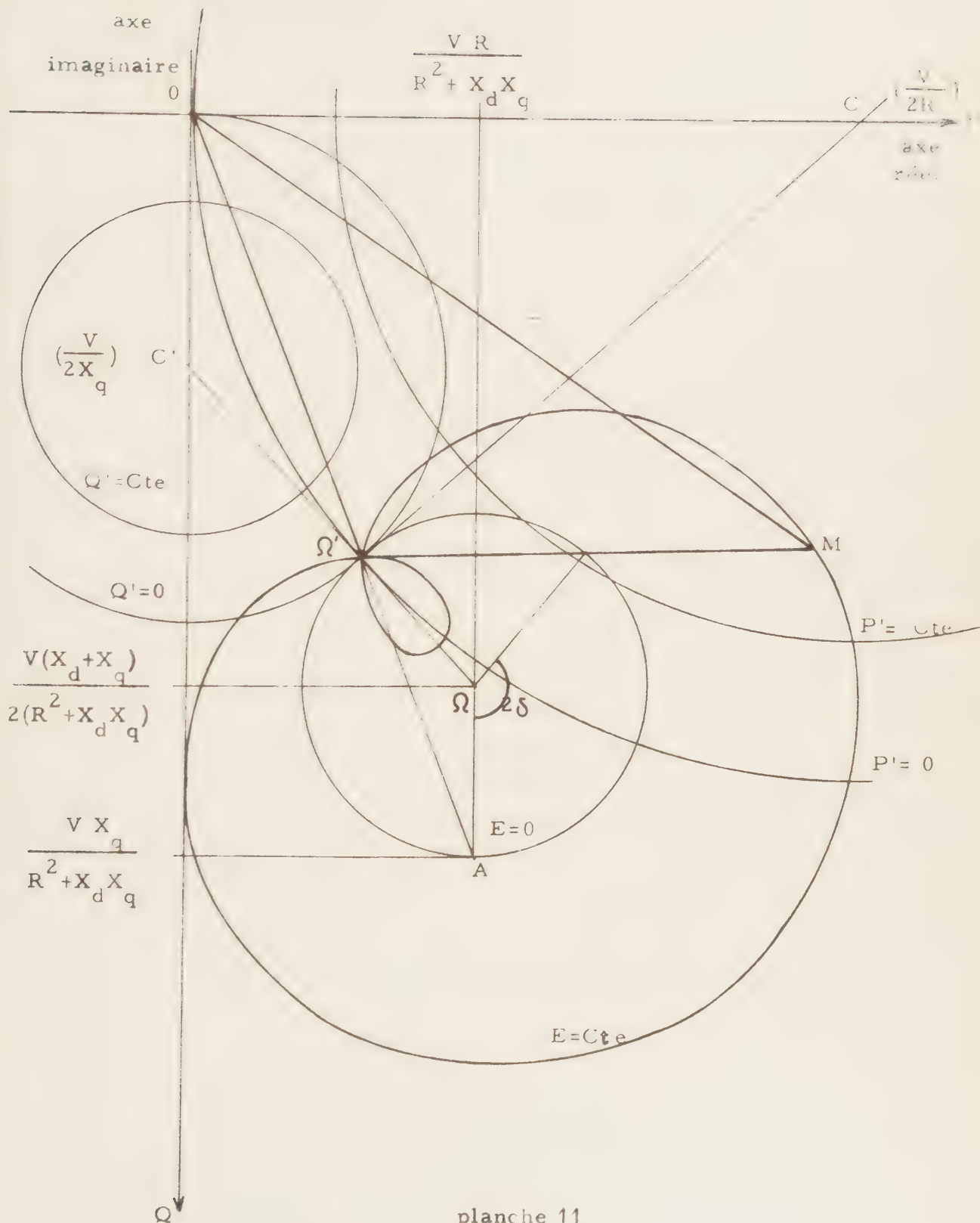


planche 11

Diagramme des courants $X_q > X_d$

2.1.4 - Expression du couple.

La puissance interne active se traduit au point de vue mécanique par un couple Γ défini par

$$P' = \Gamma \frac{\omega}{p}$$

soit

$$\Gamma = \frac{3p}{\omega} \left[(X_d - X_q) I_d I_q + E I_q \right] = \frac{3p}{\omega} \left[\frac{X_d - X_q}{2} I^2 \sin 2(\delta + \varphi) + E I \cos(\delta + \varphi) \right]$$

Le couple Γ peut s'exprimer uniquement en fonction de V , E et δ et se met sous la forme

$$\Gamma = \frac{3p}{\omega(R_d^2 + X_d X_q)^2} \left\{ V^2 (X_d - X_q) \left[(R^2 - X_d X_q) \frac{\sin 2\delta}{2} - R X_d \sin^2 \delta + R X_q \cos^2 \delta \right] + V E \left[(R^2 + 2X_q^2 - X_d X_q) R \cos \delta - (2R^2 X_d + X_d X_q^2 - R^2 X_q) \sin \delta \right] - E^2 R (R^2 + X_q^2) \right\}$$

2.2 - Diagramme dans le plan des tensions.

La machine à pôles saillants peut être considérée comme une machine à pôles lisses à condition d'introduire une force électromotrice fictive E' définie par

$$E' = (X_d - X_q) I_d + E.$$

Dans ce cas l'équation de fonctionnement se réduit à

$$V_d = R I_d - X_q I_q$$

$$V_q = X_q I_d + R I_q + E'$$

Le courant $\bar{I}$ se met sous la forme :

$$\bar{I} = \frac{1}{R + j X_q} \left[V - E' e^{j\delta} \right]$$

ce qui se traduit dans le plan des courants par la somme de deux vecteurs $\vec{O\Omega'}$ et $\vec{\Omega'M}$.

La tension V prise comme origine des phases est égale à

$$V = \bar{Z} \bar{I} + \bar{E},$$

$$\text{où } \bar{Z} = R + j X_q = Z e^{j\zeta}$$

$$\bar{E} = E e^{j\delta}$$

Cela se traduit dans le plan des tensions par le diagramme de la planche 12. Les vecteurs qui interviennent se déduisent de $\overrightarrow{OQ'}$, et $\overrightarrow{Q'M}$ par une similitude définie par (O, Z, ζ) . L'ensemble des diagrammes de tension est obtenu à partir des diagrammes de courant par la même similitude et à excitation constante, l'extrémité du vecteur $Z\bar{I}$ décrit une conchoïde de cercle. La puissance complexe est donnée par le vecteur $\overrightarrow{OM}$ au coefficient $\frac{3V}{Z}$ près.

2. 3 - Diagramme dans le plan des puissances.

L'équation du courant peut s'exprimer aussi dans le plan des puissances. En effet

$$\bar{S} = P + j Q = 3 V \bar{I}^*$$

Dans le plan rapporté aux axes P et Q le lieu de $\bar{S}$ est le même que celui de $\bar{I}^*$ à une homothétie de rapport $3V$ près. Il se déduit du diagramme dans le plan des courants par une symétrie par rapport à l'axe réel suivie d'une homothétie de centre O et de rapport $3V$.

Cette représentation est particulièrement intéressante car les mesures effectuées au double wattmètre permettent de porter facilement le point de fonctionnement. Les puissances internes ne sont pas mesurables directement et il faut graduer le plan au moyen des cercles à puissance interne constante.

On pourrait aussi utiliser le diagramme bipolaire des puissances en portant $\bar{S}' = P' + j Q'$, mais ce diagramme est difficilement exploitable. En effet $\bar{S}'$ s'exprime en fonction de V , E et δ par la relation

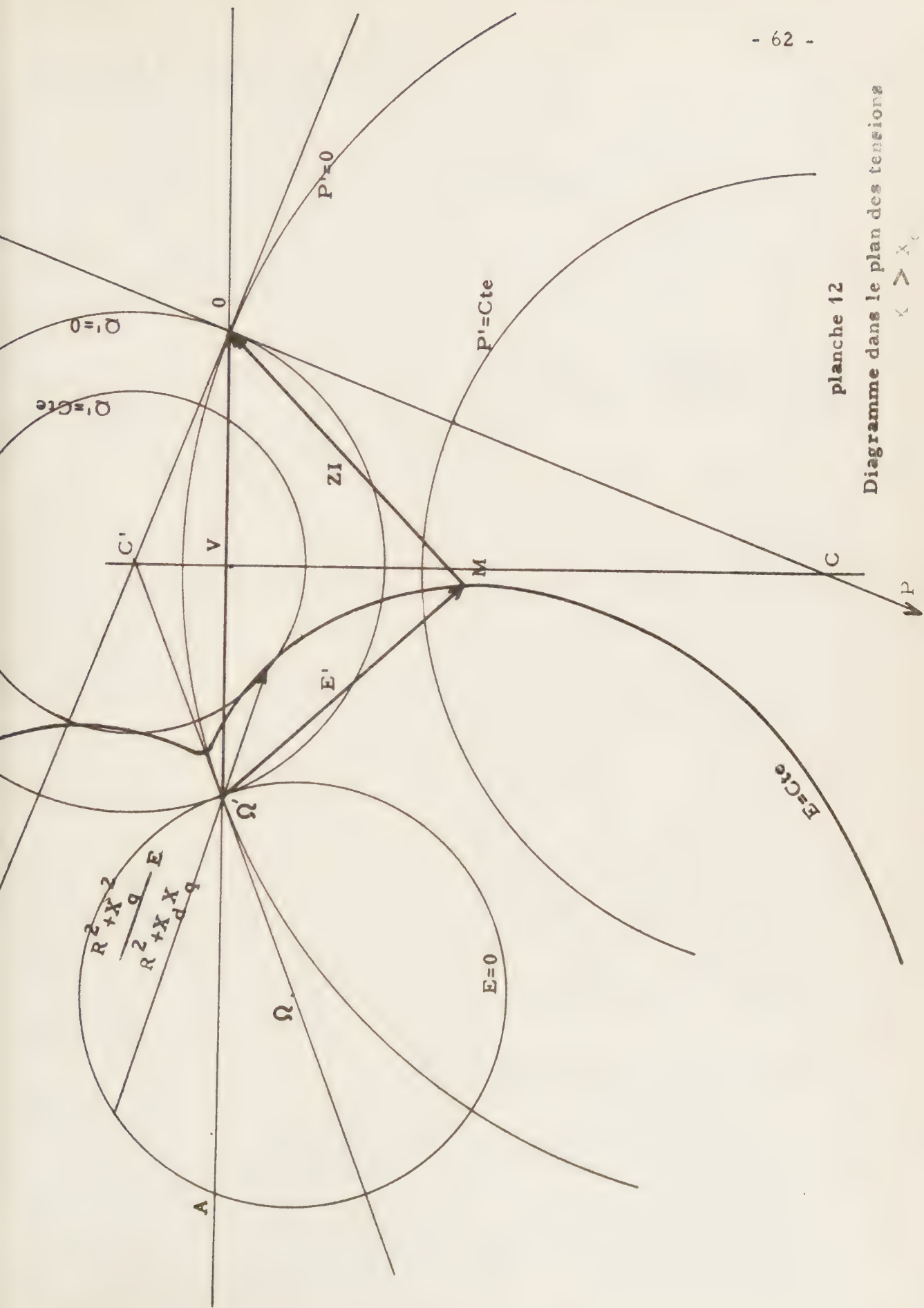


planche 12

Diagramme dans le plan des tensions

$X > X_c$

$$\begin{aligned} \bar{S}' = \frac{1}{(R^2 + X_d X_q)^2} & \left\{ -j(X_d - X_q) \left[R^2 + X_q^2 + jR(X_d - X_q) \right] V^2 - 2E^2 (R + jX_q) (R^2 + X_q^2) \right. \\ & + j(X_d - X_q) (R + jX_q) (R + j \frac{X_d + X_q}{2}) V^2 e^{2j\delta} - \frac{(X_d - X_q)^2}{2} (R - jX_q) V^2 e^{-2j\delta} \\ & \left. + 2(R + jX_q) \left[R^2 + X_q^2 + jR(X_d - X_q) \right] E V e^{j\delta} \right\} \end{aligned}$$

L'image de $\bar{S}'$ dans le plan P' , Ω' est une conchoïde d'ellipse lorsque δ varie à E constant. Le centre de l'ellipse dépend lui aussi de l'excitation et conduit à des constructions compliquées.

2.4 - Résultats expérimentaux.

La machine synchrone entraînée par le moteur à courant continu est couplée sur le réseau. En fonctionnement moteur, la puissance délivrée par la génératrice est renvoyée sur le réseau à 120 volts continus. Nous avons fixé à $U = 30$ volts la valeur de la tension entre phases aux bornes de la machine synchrone pour travailler dans la partie linéaire de la caractéristique à vide. Les résultats sont portés dans le plan des puissances, les graduations étant faites en puissance et en courant.

2.4.1 - Courbe à excitation nulle.

La courbe obtenue est le lieu de l'affixe de $\bar{S}$ pour un moteur dit "réductance". Les points expérimentaux se placent sur un cercle. Les résultats sont légèrement faussés par le fait que la force électromotrice rémanente est difficile à annuler. Les courants statoriques créent en effet, un flux non nul en valeur moyenne, qui modifie l'état d'aimantation de la machine.

Le centre Ω du cercle de base est défini en intensités par :

$$x = \frac{V R}{R^2 + X_d X_q} = 5,7 \text{ A}$$

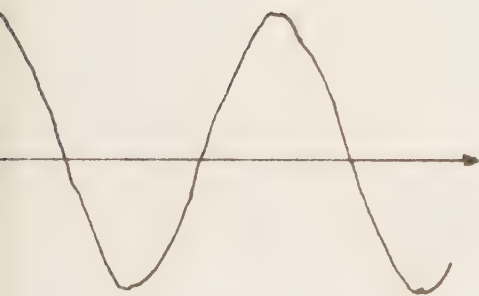
$$y = \frac{V (X_d + X_q)}{2(R^2 + X_d X_q)} = 30,4 \text{ A}$$

Le rayon vaut :

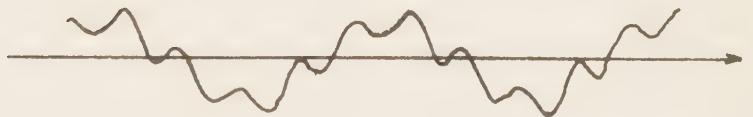
$$\rho = \frac{V (X_d - X_q)}{2(R^2 + X_d X_q)} = 4,5 \text{ A.}$$

2.4.2 - Courbes à excitation constante (planche 13).

Les mesures permettent de mettre en évidence l'existence d'un point double Ω aligné avec les points O et A et compris entre eux. La machine synchrone homopolaire étudiée se caractérise donc par $X_1 > X_d$. Les points expérimentaux correspondants à des excitations variant de 0,1 A à 4 A se placent avec une précision acceptable sur les courbes théoriques tracées à partir du cercle de base pour les mêmes valeurs de la force électromotrice. Au voisinage de l'origine, les différences sont nettement plus sensibles. Cela est dû d'une part à des erreurs de mesure introduites par les appareils et d'autre part à la présence presque exclusive d'un harmonique d'ordre 5 ainsi qu'en témoigne la forme du courant donnée par la figure 23.



du courant au voisinage
du point Ω



forme du courant au voisinage
du point O.

figure 23

2.4.3 - Courbes à puissance interne constante (planche 14)

Le couple fourni par la machine synchrone et mesuré à l'aide de la génératrice balance est maintenu constant. Les points expérimentaux se situent, avec une précision suffisante sur des cercles de centre C défini par $OC = \frac{V}{2R} = 25,8 \text{ A}$ et qui correspond à une puissance interne maximale de 2250 W. Le domaine explorable est limité d'une part par le courant maximum admissible de 50 A et d'autre part par l'instabilité de la machine synchrone. Dans ces conditions la puissance interne maximale est réduite de 35 %.

2.4.4 - Détermination des constantes de la machine.

La machine homopolaire étudiée obéit, dans les conditions d'utilisation normale, aux équations

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & -X_q \\ X_d & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ E \end{bmatrix}$$

R , X_d et X_q peuvent être obtenus à partir du cercle à excitation nulle. On a :

$$R = 0,101 \Omega$$

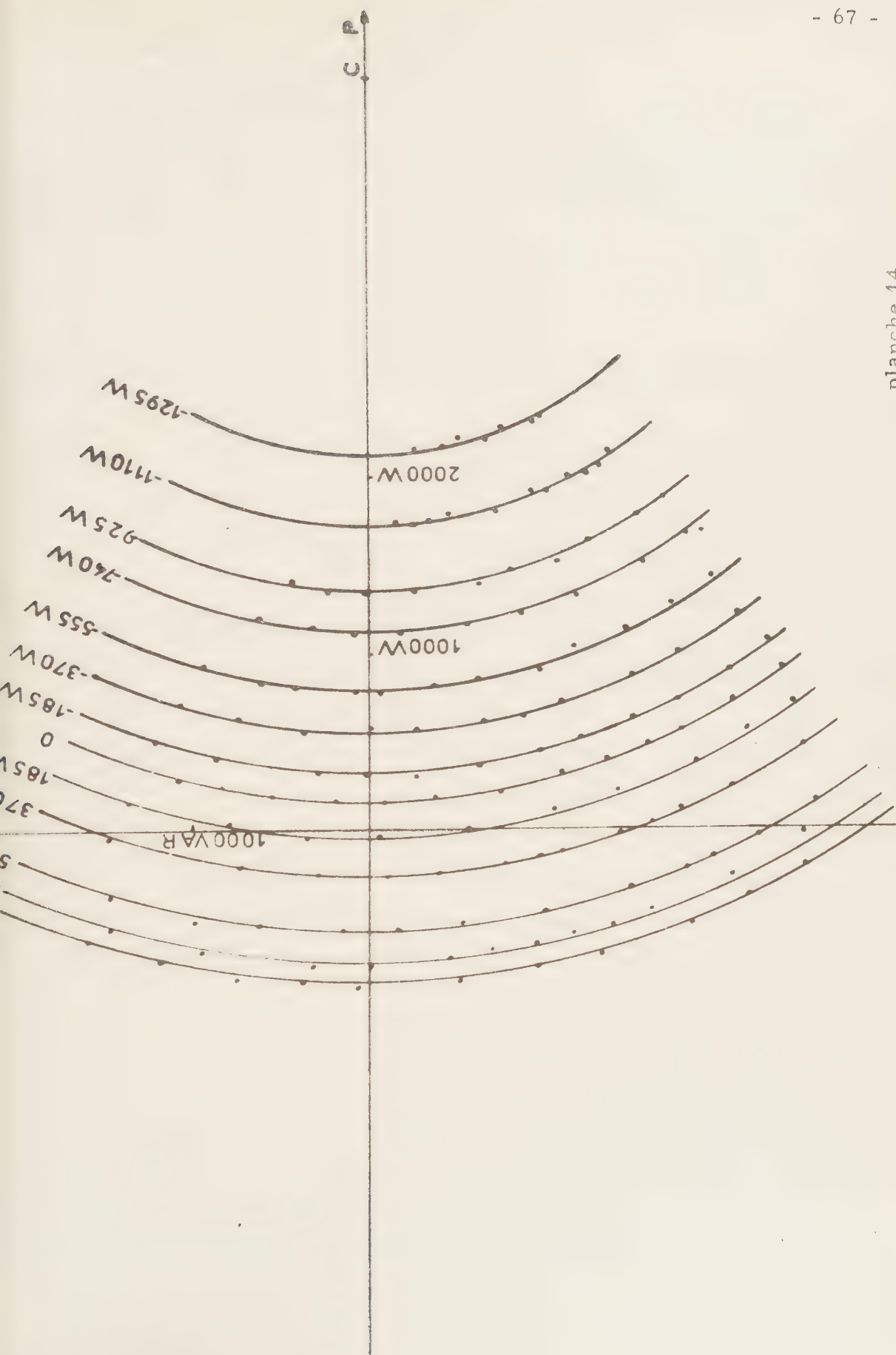
$$X_d = 0,458 \Omega$$

$$X_q = 0,618 \Omega$$

$$\text{soit un rapport } \frac{X_d}{X_q} = 0,74$$

Les valeurs de R et X_d sont en accord avec celles trouvées dans les essais directs en charge de l'alternateur. La mesure de la résistance R a donné le résultat suivant

$$R = 0,0965 \pm 0,02 \Omega.$$



Par contre les valeurs de X_d et X_q calculées à partir des coefficients des développements en série de Fourier de L_{ii} et M_{ij} sont respectivement

$$X_d = 0,321 \Omega$$

$$X_q = 0,361 \Omega$$

Ces résultats sont grossièrement approchés mais montrent que X_d est inférieur à X_q .

On a d'autre part $X_q - X_d < 2R$. La machine ne peut s'amorcer en asynchrone sur capacité.

2.5 - Comparaison avec la machine à pôles saillants classique.

Les machines hétéropolaires et homopolaires obéissent aux mêmes équations mais diffèrent par les valeurs respectives de X_d et X_q qui donnent lieu à deux types de diagrammes nettement distincts pour les faibles valeurs de l'excitation.

Pour la machine hétéropolaire, le point Ω' ne peut être obtenu expérimentalement de façon simple et les expériences montrent que l'on ne peut passer de la zone intérieure au cercle à celle extérieure de manière continuellement stable. Pour une même valeur de δ les points intérieurs et extérieurs correspondent à des excitations opposées. L'ensemble de la courbe ne peut être obtenue que grâce à un montage déphasant la tension par rapport à E. [11]

Les courbes de la machine homopolaire font apparaître elles aussi deux portions de conchoïde stables mais ayant un point commun Ω' . On passe au point Ω' sans discontinuité de l'extérieur à l'intérieur du cercle. Pour les faibles valeurs de l'excitation, deux points de fonctionnement sont possibles pour une même valeur de la puissance interne P' et dépendent du sens de variation de P' . Contrairement à la machine classique, le domaine

complet de stabilité ne peut être décrit sans point de discontinuité.

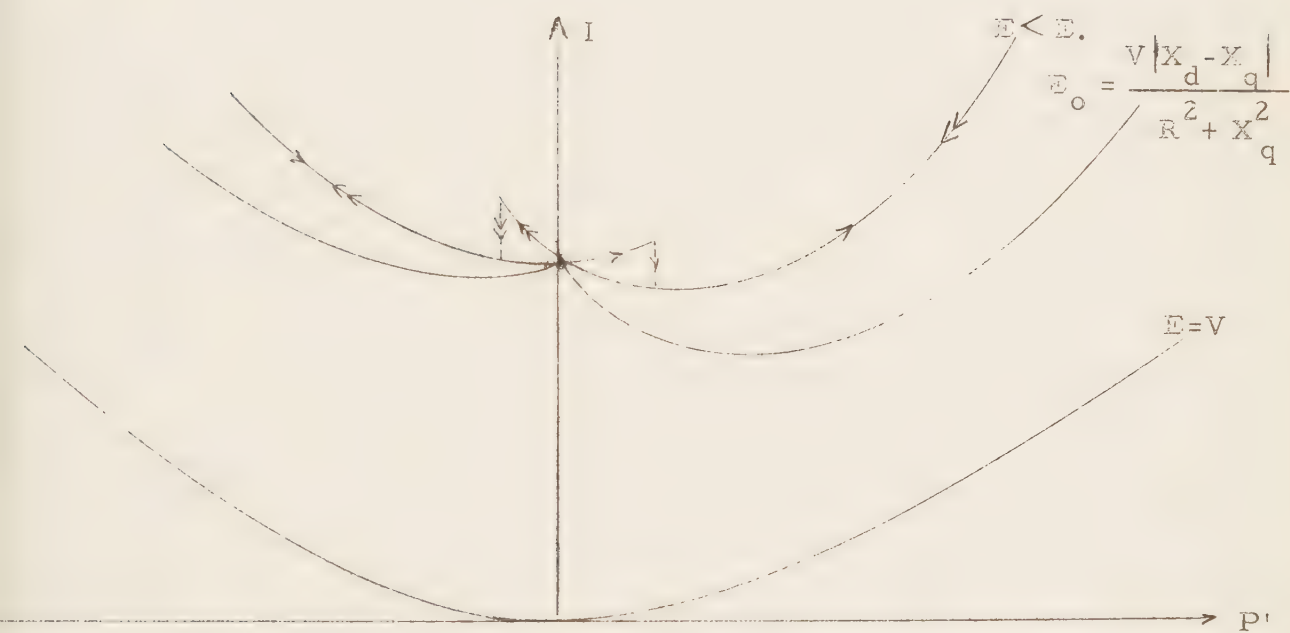


figure 24

La figure 24 donne l'allure de variation du module du courant à excitation constante et à puissance interne variable et montre le fonctionnement particulier de la machine homopolaire au voisinage du point double.

- TROISIEME PARTIE -

FONCTIONNEMENT DE LA MACHINE HOMOPOLAIRE EN REGIME TRANSITOIRE

Nous nous proposons d'écrire les équations en régime transitoire électrique et mécanique de la machine synchrone homopolaire au voisinage d'un point de fonctionnement. Nous en déduisons les limites de stabilité que nous comparons aux résultats expérimentaux.

1 - Equations de fonctionnement.

1.1 - Equations de couplage. [12]

Nous avons vu dans la première partie que la machine homopolaire triphasée pouvait être remplacée, au moyen de la transformation de Concordia, par une machine diphasée comprenant au stator deux enroulements en quadratures et un enroulement inducteur au rotor. Les flux s'expriment, après transformation par la matrice T, par la relation :

$$\begin{bmatrix} \Psi^s_{\alpha\beta} \\ \Psi^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{L}^s_{\alpha\beta} & \mathcal{L}^{sr}_{\alpha\beta} \\ (\mathcal{L}^{sr}_{\alpha\beta})^t & \mathcal{L}^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i^s_{\alpha\beta} \\ i^r \end{bmatrix}$$

Les amortisseurs peuvent être remplacés comme dans la machine à pôles saillants classique par des enroulements en court-circuit placés sur le rotor suivant la figure 25-a.

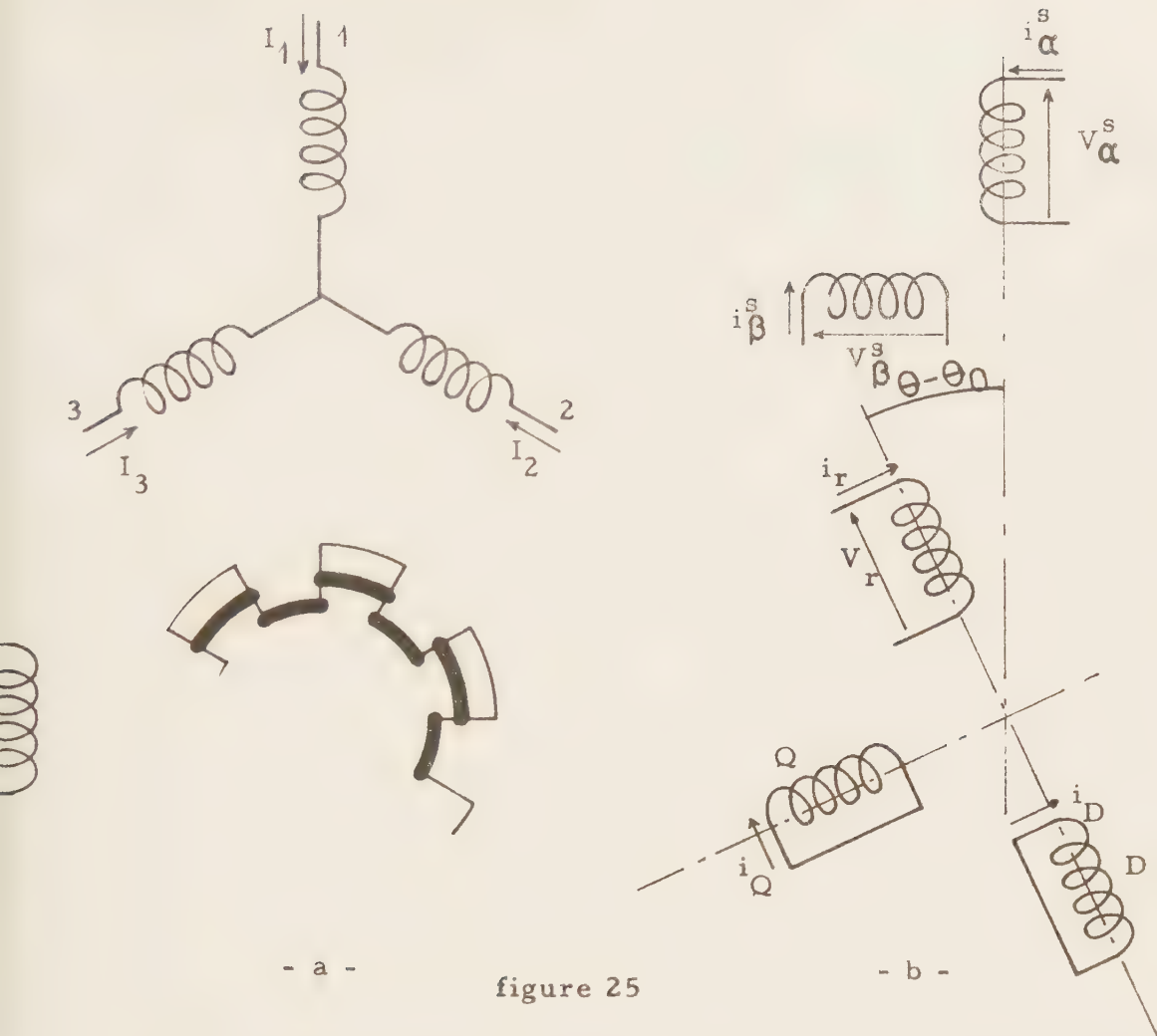


figure 25

Par la transformation de Concordia, ils peuvent être représentés dans la machine diphasée par deux enroulements court-circuités dont l'un, désigné par la lettre D, est dans la même direction que l'inducteur, l'autre affecté de l'indice Q étant en quadrature avec lui.

Nous adoptons les notations suivantes pour les enroulements mortisseurs.

enroulement D : résistance : R_D

inductance propre : L_D

mutuelle maximale entre D et α : M_D

mutuelle entre D et l'inducteur : M'_D

courant instantané : i_D

enroulement Q : résistance : R_Q

inductance propre L_Q

mutuelle maximale entre Q et β : M_Q

courant instantané i_Q

Les flux traversant les différents enroulements s'expriment par la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} \Psi_{\alpha\beta}^s \\ \Psi_{\alpha\beta}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L^s & L^{sr} \\ L^{rs} & L^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha\beta}^s \\ i_{\alpha\beta}^r \end{bmatrix}$$

Les différentes grandeurs sont définies par :

$$i_{\alpha\beta}^r = \begin{bmatrix} i_r \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad \Psi_{\alpha\beta}^r = \begin{bmatrix} \Psi_r \\ \Psi_D \\ \Psi_Q \end{bmatrix} \quad i_{\alpha\beta}^s = \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad \Psi_{\alpha\beta}^s = \begin{bmatrix} \Psi_\alpha \\ \Psi_\beta \end{bmatrix}$$

$$L^s = \begin{bmatrix} \Lambda_{2,0} + \frac{\Lambda_{1,2}}{2} \cos 2(\theta - \theta_0) & -\frac{\Lambda_{1,2}}{2} \sin 2(\theta - \theta_0) \\ -\frac{\Lambda_{1,2}}{2} \sin 2(\theta - \theta_0) & \Lambda_{2,0} - \frac{\Lambda_{1,2}}{2} \cos 2(\theta - \theta_0) \end{bmatrix}$$

$$L^{sr} = (L^{rs})_t = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{3}{2}} M'_1 \cos(\theta - \theta_0) & M_D \cos(\theta - \theta_0) & M_Q \sin(\theta - \theta_0) \\ -\sqrt{\frac{3}{2}} M'_1 \cos(\theta - \theta_0) & -M_D \sin(\theta - \theta_0) & M_Q \cos(\theta - \theta_0) \end{bmatrix}$$

$$L^r = \begin{bmatrix} L_r & M'_D & 0 \\ M'_D & L_D & 0 \\ 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix}$$

1.2 - Equations instantanées. [13] [14]

Les équations électriques instantanées s'écrivent :

$$v_{\alpha\beta}^s = R i_{\alpha\beta}^s + \frac{d\psi_{\alpha\beta}^s}{dt}$$

$$v_{\alpha\beta}^r = R_{\alpha\beta}^r i_{\alpha\beta}^r + \frac{d\psi_{\alpha\beta}^r}{dt}$$

avec

$$v_{\alpha\beta}^s = \begin{bmatrix} v_{\alpha}^s \\ v_{\beta}^s \end{bmatrix} \quad v_{\alpha\beta}^r = \begin{bmatrix} v^r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad R_{\alpha\beta}^r = \begin{bmatrix} R_r \\ R_D \\ R_Q \end{bmatrix}$$

Ces relations prennent une forme simple si on projette les grandeurs statoriques sur le rotor. La matrice P de Park égale à

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta - \theta_o) & -\sin(\theta - \theta_o) \\ \sin(\theta - \theta_o) & \cos(\theta - \theta_o) \end{bmatrix}$$

permet de passer des composantes α, β aux composantes d, q .

Dans les axes mobiles les équations électriques s'écrivent :

$$v_d = R i_d + \frac{d\psi_d}{dt} + \psi_q \frac{d(\theta - \theta_o)}{dt}$$

$$v_q = R i_q + \frac{d\psi_q}{dt} - \psi_d \frac{d(\theta - \theta_o)}{dt}$$

$$v_{\alpha\beta}^r = R_{\alpha\beta}^r i_{\alpha\beta}^r + \frac{d\psi_{\alpha\beta}^r}{dt}$$

Les flux qui interviennent dans ces expressions sont définis par

$$\Psi_{dq} = \frac{1}{\omega} \begin{bmatrix} X_d & 0 \\ 0 & X_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{3}{2}} M'_1 & M_D & 0 \\ 0 & 0 & M_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_r \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

$$\Psi_{\alpha\beta}^r = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{3}{2}} M'_1 & 0 \\ M_D & C \\ 0 & M_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_r & M'_D & 0 \\ M'_D & L_D & 0 \\ 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_r \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

Le couple électromécanique Γ de la machine synchrone est donné par l'expression suivante :

$$\Gamma = \frac{p}{2} \begin{bmatrix} (i_{\alpha\beta}^s)_t & (i_{\alpha\beta}^r)_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathcal{L}^s}{\partial \theta} & \frac{\partial \mathcal{L}^{sr}}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \mathcal{L}^{rs}}{\partial \theta} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha\beta}^s \\ i_{\alpha\beta}^r \end{bmatrix}$$

et s'exprime en fonction de Ψ_d , Ψ_q , i_d , et i_q par la relation

$$\Gamma = -p [\Psi_d i_q - \Psi_q i_d]$$

Si on appelle

J le moment d'inertie du rotor de la machine synchrone

β le coefficient d'amortissement visqueux proportionnel à la vitesse

Γ_c le couple de charge.

le fonctionnement mécanique est régi par l'équation différentielle

$$\frac{J}{p} \frac{d^2 (\theta - \theta_o)}{dt^2} + \frac{\beta}{p} \frac{d (\theta - \theta_o)}{dt} + \Gamma_c = p (i_d \Psi_q - i_q \Psi_d)$$

Les équations instantanées de fonctionnement électrique et mécanique se mettent sous la forme développée suivante :

$$\begin{aligned}
 v_d &= R i_d + X_d \frac{d i_d}{\omega dt} + \sqrt{\frac{3}{2}} M'_1 \frac{d i_r}{dt} + X_{dD} \frac{d i_D}{\omega dt} + (X_{q q} i_q + X_{q Q} i_Q) \frac{d (\theta - \theta_o)}{\omega dt} \\
 v_q &= R i_q + X_q \frac{d i_q}{\omega dt} + X_{qQ} \frac{d i_Q}{\omega dt} - (X_d i_d + \sqrt{\frac{3}{2}} M'_1 \omega i_r + X_{dD} i_D) \frac{d (\theta - \theta_o)}{\omega dt} \\
 v_r &= \sqrt{\frac{3}{2}} M'_1 \omega \frac{d i_d}{\omega dt} + R_r i_r + X_r \frac{d i_r}{\omega dt} + \sqrt{3} X_{rD} \frac{d i_D}{\omega dt} \\
 0 &= X_{dD} \frac{d i_d}{\omega dt} + \sqrt{3} X_{rD} \frac{d i_r}{\omega dt} + R_D i_D + X_D \frac{d i_D}{\omega dt} \\
 0 &= X_{qQ} \frac{d i_q}{\omega dt} + R_Q i_Q + X_Q \frac{d i_Q}{\omega dt} \\
 - \Gamma_c &= - \frac{p}{\omega} (X_d - X_q) i_d i_q - \frac{p}{\omega} X_{qQ} i_d i_Q + \frac{p}{\omega} \sqrt{\frac{3}{2}} M'_1 \omega i_r i_Q + \frac{p}{\omega} X_{dD} i_D i_q \\
 &\quad + \frac{J}{p} \frac{d^2 (\theta - \theta_o)}{dt^2} + \frac{\beta}{p} \frac{d (\theta - \theta_o)}{dt}
 \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}
 X_{dD} &= M_D \omega & \sqrt{3} X_{rD} &= M'_D \omega & X_D &= L_D \omega \\
 X_{qQ} &= M_Q \omega & X_r &= L_r \omega & X_Q &= L_Q \omega
 \end{aligned}$$

1.3 - Equations symboliques.

Pour étudier la stabilité autour d'un point de fonctionnement nous allons utiliser la méthode des petits mouvements.

1.3.1 - Point de fonctionnement.

En régime stationnaire θ_o est indépendant du temps et θ est égal à ωt . Les dérivées des courants par rapport au temps sont nulles et les équations instantanées se réduisent à celles utilisées dans la deuxième partie.

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & -X_q \\ X_d & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ E \end{bmatrix}$$

$$V_r = R_r I_r$$

$$- \Gamma' = - \Gamma_c - \frac{\beta \omega}{p} = \frac{3p}{\omega} \left[(X_d - X_q) I_d + E \right] I_q$$

Dans ces conditions les grandeurs de fonctionnement sont définies par

$$\begin{aligned} v_d &= \sqrt{3} \quad v_d = \sqrt{3} V \sin \delta \\ v_q &= -\sqrt{3} \quad v_q = -\sqrt{3} V \cos \delta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_r &= V_r \\ i_r &= I_r \end{aligned}$$

$$i_d = \sqrt{3} I_d$$

$$\frac{M' \omega I_r}{\sqrt{2}} = E$$

$$i_q = -\sqrt{3} I_q$$

$$i_D = i_Q = 0$$

1.3.2 - Méthode des petits mouvements.

Nous appliquons de petites variations à partir du point de fonctionnement et nous posons :

$$v_d = \sqrt{3} (V_d + \bar{v}_d)$$

$$i_d = \sqrt{3} (I_d + \bar{i}_d)$$

$$i_r = I_r + \bar{i}_r$$

$$v_q = -\sqrt{3} (V_q + \bar{v}_q)$$

$$i_q = -\sqrt{3} (I_q + \bar{i}_q)$$

$$v_r = V_r + \bar{v}_r$$

$$i_D = \sqrt{3} \bar{i}_D$$

$$i_Q = \sqrt{3} \bar{i}_Q$$

$$\Gamma_c = \Gamma' + \bar{\gamma}$$

$$\theta_o = \frac{\pi}{2} - \delta - \bar{\delta}$$

$$\text{soit } \theta - \theta_o = \omega t - \frac{\pi}{2} + \delta + \bar{\delta}$$

En limitant les développements aux termes du premier ordre, nous obtenons :

$$\bar{v}_d = R_d \bar{i}_d + X_d \frac{d \bar{i}_d}{d \omega t} - X_{q,q} \bar{i}_q + \frac{M'_1 \omega}{\sqrt{2}} \frac{d \bar{i}_r}{d \omega t} + X_{dD} \frac{d \bar{i}_D}{d \omega t} + X_{qQ} \bar{i}_Q - X_{q,q} I_q \frac{d \bar{\gamma}}{d \omega t}$$

$$\bar{v}_q = X_d \bar{i}_d + R_q \bar{i}_q + X_q \frac{d \bar{i}_q}{d \omega t} + \frac{M'_1 \omega}{\sqrt{2}} \bar{i}_r + X_{dD} \bar{i}_D - X_{qQ} \frac{d \bar{i}_Q}{d \omega t} + (X_{d,q} I_d + E) \frac{d \bar{\gamma}}{d \omega t}$$

$$\bar{v}_r = \frac{3}{\sqrt{2}} M'_1 \omega \frac{d \bar{i}_d}{d \omega t} + R_r \bar{i}_r + X_r \frac{d \bar{i}_r}{d \omega t} + 3 X_{rD} \frac{d \bar{i}_D}{d \omega t}$$

$$0 = X_{dD} \frac{d \bar{i}_d}{d \omega t} + X_{rD} \frac{d \bar{i}_r}{d \omega t} + R_D \bar{i}_D + X_D \frac{d \bar{i}_D}{d \omega t}$$

$$0 = - X_{qQ} \frac{d \bar{i}_q}{d \omega t} + R_Q \bar{i}_Q + X_Q \frac{d \bar{i}_Q}{d \omega t}$$

$$\begin{aligned} -\bar{\gamma} = \frac{3p}{\omega} & \left[-(X_d - X_q) I_q \bar{i}_d - (X_d - X_q) I_d \bar{i}_q - E \bar{i}_q - X_{dD} I_q \bar{i}_D - \frac{M'_1 \omega}{\sqrt{2}} I_q \bar{i}_r - X_{qQ} I_d \bar{i}_Q \right] \\ & + \frac{\gamma \omega^2}{p} \frac{d^2 \bar{\gamma}}{d \omega t^2} + \frac{\beta \omega}{p} \frac{d \bar{\gamma}}{d \omega t} \end{aligned}$$

1.3.3 - Transformées de Laplace.

En passant aux transformées de Laplace avec la variable s nous pouvons écrire les équations symboliques de fonctionnement. Nous notons $\tilde{x}$ la transformée de Laplace de $\bar{x}$.

$\sim_{v_d}$	$R+sX_d$	$-X_q$	$\frac{sM_1'\omega}{\sqrt{2}}$	sX_{dD}	X_{qQ}	$-sX_{qQ}^I$	$\sim_{i_d}$
$\sim_{v_q}$	X_d	$R+sX_q$	$\frac{M_1'\omega}{\sqrt{2}}$	X_{dD}	$-sX_{qQ}$	$s(X_{dD}^I+E)$	$\sim_{i_q}$
$\sim_{v_r}$	$\frac{3}{\sqrt{2}}M_1'\omega s$	$\circ$	R_r+sX_r	$3sX_{rD}$	$\circ$	$\circ$	$\sim_{i_r}$
$\circ$	sX_{dD}	$\circ$	sX_{rD}	R_D+sX_D	$\circ$	$\circ$	$\sim_{i_D}$
$\circ$	$\circ$	$-sX_{qQ}$	$\circ$	$\circ$	R_Q+sX_Q	$\circ$	$\sim_{i_Q}$
$\sim_{-l}$	$-\frac{3p}{\omega}(X_d-X_q)I_q$	$-\frac{3p}{\omega}\left[(X_d-X_q)I_d\right]_{+E}$	$-\frac{3p}{\omega}\frac{M_1'\omega}{\sqrt{2}}I_q$	$-\frac{3p}{\omega}X_{dD}^I$	$-\frac{3p}{\omega}X_{qQ}^I$	$\left[\sum_p s\omega^2+\frac{\beta^{s\omega}}{p}\right]$	$\sim_{\delta}$

Les grandeurs extérieures indépendantes sont d'une part la tension et le courant statorique, la tension et le courant d'excitation, le couple et la vitesse angulaire.

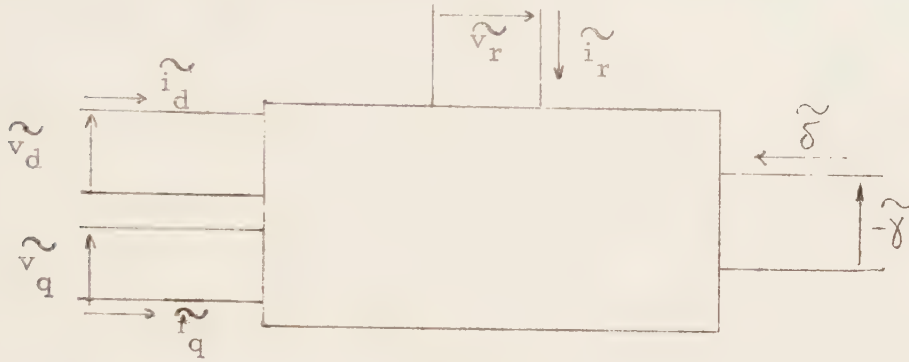


figure 26

Les grandeurs transitoires appliquées à la machine s'expriment au moyen de la matrice de transfert à partir des valeurs intensives, $\tilde{i}_d$, $\tilde{i}_q$, $\tilde{i}_r$ et $\tilde{\delta}$. On fait apparaître ainsi des réactances transitoires qui tiennent compte du couplage avec les amortisseurs.

Nous avons la relation :

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_d \\ \tilde{v}_q \\ \tilde{v}_r \\ -\tilde{\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R+sX_d(s) & -X_q(s) & sX_{rd}(s) & -sX_q I_q \\ X_d(s) & R+sX_q(s) & X_{rd}(s) & s(X_d I_d + E) \\ 3X_{rd}(s) & 0 & R_r+sX_r(s) & 0 \\ -\frac{3p}{\omega} [X_d(s)-X_q] I_q & -\frac{3p}{\omega} [(X_d-X_q(s)) I_d + E] & -\frac{3p}{\omega} X_{rd}(s) I_q & \frac{1}{p} s^2 \omega^2 + \frac{\beta}{p s \omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_d \\ \tilde{i}_q \\ \tilde{i}_r \\ \tilde{\delta} \end{bmatrix}$$

Les réactances transitoires sont définies par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} X_d(s) &= X_d - \frac{s X_{dD}^2}{R_D + s X_D} & X_q(s) &= X_q - \frac{s X_{qQ}^2}{R_Q + s X_Q} \\ X_{rd}(s) &= \frac{M_1' \omega}{\sqrt{2}} - \frac{s X_{rD} X_{dD}}{R_D + s X_D} & X_r(s) &= X_r - \frac{3 s X_{rD}^2}{R_D + s X_D} \end{aligned}$$

4.4 - Fonctionnement sur un réseau de puissance infinie.

Si l'induit est alimenté par un réseau de puissance infinie la tension appliquée est indépendante des variations de courant. $\widetilde{V}_d$ et $\widetilde{V}_q$ sont fonction de $\widetilde{\delta}$ à cause de la projection sur le rotor des grandeurs statoriques par la transformation de Park.

$$V_d = \sqrt{3} V \sin(\delta + \bar{\delta})$$

$$\widetilde{V}_d = \widetilde{\delta} V_q + V_d(s)$$

$$V_q = -\sqrt{3} V \cos(\delta + \bar{\delta})$$

$$\widetilde{V}_q = -\widetilde{\delta} V_d + V_q(s)$$

$V_d(s)$ et $V_q(s)$ expriment la variation extérieure de la tension et ils sont nuls lorsque l'on alimente la machine à tension constante.

La matrice de transfert pour un fonctionnement sur un réseau de puissance infinie s'écrit :

$$\begin{bmatrix} R+s X_d(s) & -X_q(s) & s X_{rd}(s) & -V_q - s X_q I_q \\ X_d(s) & R+s X_q(s) & X_{rd}(s) & V_d + s X_d I_d + s E \\ s X_{rd}(s) & 0 & R_r + s X_r(s) & 0 \\ -\frac{3p}{\omega} [X_d(s) - X_q] I_q & -\frac{3p}{\omega} [(X_d - X_q(s)) I_d + E] & -\frac{3p}{\omega} X_{rd}(s) I_q & \frac{J}{p} s^2 \omega^2 + \frac{\rho}{p} s \omega \end{bmatrix}$$

4.5 - Amortissement électrique.

Si les résistances R_D et R_Q des amortisseurs sont infinies, les réactances transitoires se réduisent aux réactances propres des enroulements d, q et r.

$$X_d(s) = X_d \quad ; \quad X_q(s) = X_q \quad ; \quad X_r(s) = X_r \quad ; \quad X_{rd} = \frac{M' \omega}{\sqrt{2}}$$

- Lorsque l'inducteur est alimenté à courant constant, il vient $\widetilde{i}_r = 0$ et dans ce cas où il n'y a pas d'amortisseurs la fonction de transfert se réduit à

$$\left[\begin{array}{ccc} R + s X_d & - X_q & -V_q - s X_q I_q \\ X_d & R + s X_q & V_d + s X_d I_d + s E \\ -\frac{3p}{\omega} (X_d - X_q) I_q & -\frac{3p}{\omega} [(X_d - X_q) I_d + E] & \frac{J}{p} s^2 \omega^2 + \frac{\beta}{p} s \omega \end{array} \right]$$

Par contre si on alimente l'inducteur à tension constante ($\tilde{v}_f = 0$) on peut éliminer $\tilde{i}_f$ dans les trois autres relations. Il apparaît que dans ces conditions; l'inducteur présente un effet d'amortissement.

Dans le cas où les amortisseurs existent, les réactances X_{dD} , X_{qD} , X_{rD} , X_D et X_Q ont une signification précise si les amortisseurs sont constitués par des enroulements localisés. Lorsque l'ensemble du rotor joue ce rôle comme pour les machines à pôles saillants massifs, les réactances transitoires sont des fonctions complexes de s .

1. 6 - Fonctionnement à couple constant et amortissement mécanique.

Lorsque le couple extérieur fourni à la machine est constant

$\tilde{\gamma}$ est égal à la variation du moment de rotation de la charge

$$\tilde{\gamma} = \frac{J'}{p} \frac{d^2 \theta}{dt^2} \quad \text{et} \quad \tilde{\gamma} = \frac{J'}{p} s^2 \omega^2 \tilde{\delta}$$

où J' est le moment d'inertie de la charge.

Le terme en $\frac{J'}{p} s^2 \omega^2$ vient s'ajouter à celui propre à la machine et on peut considérer une seule machine avec un moment d'inertie global $J + J'$.

S'il existe un amortissement mécanique, $\tilde{\gamma}$ se met sous la forme :

$$\tilde{\gamma} = \frac{J'}{p} s^2 \omega^2 \tilde{\delta} + \frac{\beta'(s)}{p} s \omega \tilde{\delta}$$

$\beta(s)$ est constant dans le cas où le couple de frottement est proportionnel à la vitesse.

Dans le cas général où il existe un couple de charge $\tilde{\gamma}$ s'écrit :

$$\tilde{\gamma} = \Gamma(s) + \frac{\beta(s)}{p} s \omega \tilde{\delta} + \frac{\gamma}{s^2 \omega^2} \tilde{\delta}$$

Le fonctionnement transitoire de la machine synchrone ne peut être dissocié de celui de la charge qu'elle entraîne.

2 - Stabilité intrinsèque sans amortissement.

La machine synchrone homopolaire est branchée sur un réseau de puissance infinie et excitée par une source de courant de résistance infinie. Nous supposons d'autre part qu'il n'y a aucun amortissement mécanique ou électrique, ce qui entraîne $\beta = 0$ $X_d(s) = X_d$ $X_q(s) = X_q$

2.1 - Equation caractéristique et critères d'Hurwitz. [15] [16]

Dans les conditions de fonctionnement intrinsèque, les équations transitoires s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} V_d(s) \\ V_q(s) \\ -\Gamma(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R + s X_d & -X_q & -V_q - s X_q I_q \\ X_d & R + s X_q & V_d + s X_d I_d + s E \\ -\frac{3p}{\omega} (X_d - X_q) I_q & -\frac{3p}{\omega} [(X_d - X_q) I_d + E] & \frac{\gamma}{p} s^2 \omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_d \\ \tilde{i}_q \\ \tilde{\delta} \end{bmatrix}$$

ou plus généralement

$$\begin{bmatrix} B(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x} \end{bmatrix}$$

L'original de $\tilde{x} = [A(s)]^{-1} [B(s)]$ est une fonction décroissante du temps si les racines du déterminant $\Delta(s)$ de $[A(s)]$ sont à partie réelle négative. Le fonctionnement de la machine synchrone est stable si le déterminant $\Delta(s)$ est un polynôme d'Hurwitz. L'équation caractéristique $\Delta(s)$ est du quatrième degré en s dans le cas de la stabilité intrinsèque et peut se mettre sous la forme

$$\Delta(s) = a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4 = 0$$

Les parties réelles des racines sont négatives si les critères d'Hurwitz sont vérifiés. Il faut que

- tous les coefficients de l'équation caractéristique soient positifs
- les premiers termes de chaque ligne ci-dessous soient positifs.

	a_2	a_4
a_1	a_3	
$a_2 a_1 - a_0 a_3$		$a_1 a_4$
	$a_1' a_3 - a_2^2 a_4$	
		$a_1' a_3 a_4$

Si nous exprimons V_d , V_q , I_d et I_q en fonction de V , δ et $\alpha = \frac{E}{V}$ les coefficients a_i s'écrivent :

$$a_0 = K X_d X_q$$

$$a_1 = K R (X_d + X_q)$$

$$a_2 = K (R^2 + X_d X_q) + \frac{R^2 (X_d - X_q)^2 (X_d + X_q)}{2} - (X_d - X_q) \left[X_d^2 (R^2 - X_q^2) + X_q^2 (R^2 - X_d^2) \right]$$

$$\begin{aligned} & \cos 2\delta + R X_d X_q (X_d^2 - X_q^2) \sin 2\delta + R X_d \left[2(R^2 X_d + X_q^3) - X_q (R^2 + X_d X_q) \right] \alpha \sin \delta \\ & + X_q \left[X_d X_q (R^2 + X_d X_q) + 2 R^2 (X_d^2 - X_q^2) \right] \alpha \cos \delta + R^2 (R^2 X_d + X_q^3) \alpha^2 \end{aligned}$$

$$a_3 = R \left\{ - (R^2 - X_d X_q) (X_d - X_q)^2 - (R^2 - X_d X_q) (X_d^2 - X_q^2) \cos 2\delta + 4R X_d X_q (X_d - X_q) \sin 2\delta \right. \\
+ \alpha \left[(R^2 + X_d X_q) (X_d + X_q) + 2 (R^2 - X_d X_q) (X_d - X_q) - 4 X_d X_q (X_d - X_q) \right] \alpha \sin \delta \\
+ X_q \left[(R^2 + X_d X_q) (X_d + X_q) + 2 (R^2 - X_d X_q) (X_d - X_q) + 4 R^2 (X_d - X_q) \right] \alpha \cos \delta \\
\left. + \alpha^2 \left[(R^2 - X_d X_q) (R^2 + X_q^2) - 2 R^2 X_q (X_d - X_q) \right] \right\}$$

$$a_4 = (R^2 + X_d X_q) \left\{ (X_d - X_q) \left[K (X_d + X_q) \sin 2\delta - (R^2 - X_d X_q) \cos 2\delta \right] \right. \\
+ \left[X_d (R^2 + X_q^2) + R^2 (X_d - X_q) \right] \alpha \cos \delta + R \left[(R^2 + X_q^2) - X_q (X_d - X_q) \right] \alpha \sin \delta \left. \right\} \\
\text{avec } K = \frac{\omega^3 (R^2 + X_d X_q)^2}{3 p^2 V^2}$$

2.2 - Stabilité "statique".

Le coefficient a_4 est proportionnel à $-\frac{d\Gamma}{d\delta}$ et le critère

a_4 positif exprime la condition habituelle de stabilité dite "statique" qui s'écrit : $\frac{\partial \Gamma}{\partial \delta} < 0$. Notons qu'elle est valable dans un fonctionnement intrinsèque, que la machine soit munie d'amortisseurs ou non.

La valeur limite est obtenue pour

$$\alpha = (X_d - X_q) \frac{(R^2 - X_d X_q) \cos 2\delta - R (X_d + X_q) \sin 2\delta}{R(R^2 + 2X_q^2 - X_d X_q) \sin \delta + (2R^2 X_d + X_d X_q^2 - R^2 X_q) \cos \delta}$$

L'équation de la courbe limite s'exprime de manière simple dans les axes $(\Omega' x', \Omega' y')$ du plan des courants, obtenus par la translation au point Ω' et la rotation d'un angle $2\xi + \beta + \frac{\pi}{2}$ des axes (Ox, Oy) .

L'angle β est défini par

$$e^{j\beta} = \frac{R^2 + X_d X_q + 2jR(X_d - X_q)}{\sqrt{(R^2 + X_d X_q)^2 + R^2 (X_d - X_q)^2}}$$

Elle s'écrit sous la forme paramétrique

$$x' = \frac{k}{1+t^2} \quad \text{avec} \quad k = \frac{V(X_d - X_q)}{2 \sqrt{(R^2 + X_d X_q)^2 + 4 R^2 (X_d - X_q)^2}}$$

$$y' = k \frac{1 - b t}{(1+t^2)(t+b)} \quad b = \operatorname{tg} \beta$$

$$t = \operatorname{tg} (\delta + \xi)$$

La courbe limite est une cissoïde (planche 15) ayant pour point double Ω' . L'asymptote est parallèle à CB, B étant le point diamétralement opposé de Ω' sur le cercle de base et passe par la projection H du point D, intersection de la droite CB avec le cercle, sur $\Omega'B$. La cissoïde peut être tracée point par point au moyen de l'asymptote et du cercle passant par Ω' tangent à cette droite en H.

Le domaine correspondant à a_4 positif est le demi-plan, limité par la cubique circulaire, contenant le point O. Le point Ω' appartient à cette zone sauf pour la valeur particulière de $E = \frac{V(X_d - X_q)}{R^2 + X_q^2}$. Dans ce cas l'affixe du courant $\bar{I}$ décrit une cardioïde lorsque δ varie.

2.3 - Autres conditions de stabilité.

Les coefficients a_0 et a_1 sont toujours positifs.

Condition a_2 positif.

Nous considérons a_2 comme une fonction du second degré en α dont le discriminant est du même signe que l'expression suivante :

$$D_2 = \left[R^2 X_d^2 X_q^2 - 4 K' R^2 (R^2 X_d + X_q^3) \right] \lambda^2 + 2 R X_d X_q^3 (2 X_q - X_d) \lambda$$

$$- 4 K' R^2 (R^2 X_d + X_q^3) + X_d X_q \left[4 R^2 (X_d - X_q) + X_d X_q^2 \right]$$

où nous posons $\lambda = \operatorname{tg} \delta$

$$K' = \frac{K}{R^2 + X_d X_q}$$

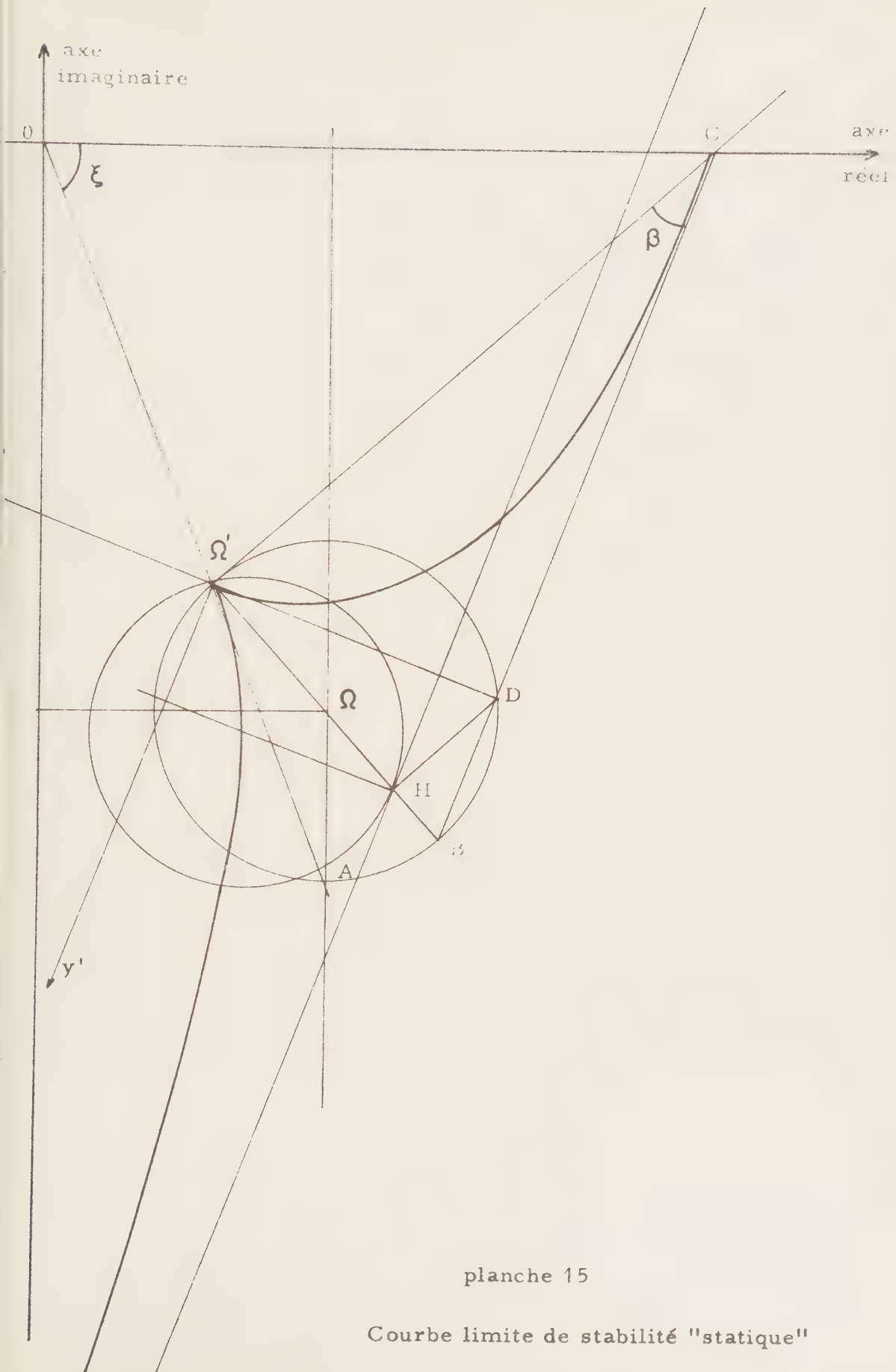


planche 15

Courbe limite de stabilité "statique"

Le signe de D'_2 discriminant de D_2 permet de connaître les zones où a_2 est positif pour les différentes valeurs de K . Dans le cas de la machine étudiée.

- pour $K < 1,06$ D'_2 est positif et à chaque valeur de δ comprise entre δ_1 et δ_2 , qui annulent L_2 , correspondent deux valeurs de α solutions de l'équation $a_2 = 0$.

- pour $K > 1,06$ a_2 est positif quels que soient δ et α .

Nous avons tracé la courbe $a_2 = 0$ dans le plan des puissances pour $K = 0$; chaque point est défini par les valeurs de δ et α données par le tableau suivant :

	α_1	α_2
	- 20,33	0,246
0'	- 20,9	0,20
°	- 18,3	0,05
0'	- 12,7	-0,23
5'	- 8,31	-0,54
0°	- 4,55	-1,12
2'	- 2,30	-2,30

δ	α_1	α_2
118°39'	2,00	2,00
122°30'	0,573	5,43
127°30'	0,316	7,41
150°	- 0,108	11,66
165°	- 0,21	18,14
180°	- 0,246	20,33

La courbe $a_2 = 0$ est voisine de la courbe $a_4 = 0$ et pour les valeurs plus grandes de K , la condition sur a_4 est plus restrictive que sur a_2 .

Condition a_3 positif.

Le coefficient de s est une fonction du second degré en α et le discriminant est du même signe que D_3 qui s'écrit :

$$D_3 = \left[R^2 (X_d + X_q)^2 - 8 X_d X_q^2 (X_d - X_q) \right] \lambda^2 + 2 R \left[X_d (X_d + X_q)^2 + 4 X_q (X_d - X_q)^2 \right] \lambda + X_q^2 (X_d + X_q)^2 + 8 R^2 X_q (X_d - X_q)$$

Compte tenu des valeurs numériques des différents paramètres, on constate que D_3 est toujours positif et dans le plan des puissances, la courbe limite est une courbe fermée entourant les points Ω' et O . Le point Ω' appartient à la courbe pour

$$\alpha = \frac{X_d - X_q}{\sqrt{R^2 + X_q^2}} \quad \text{et} \quad \delta = \frac{\pi}{2} - \xi$$

α et δ pour $a_3 = 0$ sont liés par la relation numérique suivante :

$$\begin{aligned} & - 0,10497 \alpha^2 + (0,05898 \sin \delta + 0,21492 \cos \delta) - 0,04697 \cos 2\delta \\ & - 0,01830 \sin 2\delta - 0,00698 = 0 \end{aligned}$$

Les racines de l'équation, pour chaque valeur de δ , sont consignées dans le tableau ci-dessous :

	α_1	α_2
	0,246	2,08
	0,240	2,16
	0,211	2,09
	0,125	1,92
0'	0,085	1,49
5'	- 0,25	1,18

δ	α_1	α_2
105°	- 0,67	0,61
120°	- 0,99	0,31
135°	- 1,33	0,081
150°	- 1,65	- 0,084
165°	- 1,92	- 0,19
180°	- 2,08	- 0,25

La condition $a'_2 = a_2 a_1 - a_0 a_3$ positif est toujours vérifiée. Notons que a'_2 s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{a'_2}{KR} = & \left[R^2 X_d^2 (R^2 + X_q^2) + X_q^4 (R^2 + X_d^2) + 2 R^2 X_d X_q^2 (X_d - X_q) \right] \alpha^2 \\ & + 2 (X_d - X_q) \left\{ X_d \left[X_d (R^2 + X_q^2) + X_q^2 (X_d - X_q) \right] \alpha \sin \delta + X_q \left[R^2 (X_d^2 + X_q^2) \right. \right. \\ & \left. \left. - X_d X_q (R^2 - X_d X_q) \right] \alpha \cos \delta - \frac{R^2 (X_d^2 - X_q^2) (X_d - X_q)^2}{2} \cos 2\delta + R X_d X_q (X_d - X_q)^3 \sin 2\delta \right. \\ & \left. + \frac{(X_d - X_q)^2}{2} \left[X_q^2 (R^2 + X_d^2) + X_d^2 (R^2 + X_q^2) \right] + K (R^2 + X_d X_q) (X_d + X_q) \right\} \end{aligned}$$

Condition $a'_3 = a_3 a'_2 - a_1^2 a_4$ positif.

L'expression littérale de a'_3 est très compliquée et peut se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \frac{a'_3}{K^2} = & A \alpha^4 + (B \cos \delta + C \sin \delta) \alpha^3 + (D \cos 2\delta + E \sin 2\delta + F) \alpha^2 \\ & + (G \cos 3\delta + H \sin 3\delta + I \cos \delta + J \sin \delta) \alpha + L \cos 4\delta \\ & + M \sin 4\delta + N \cos 2\delta + P \sin 2\delta + Q. \end{aligned}$$

Dans le cas de la machine étudiée, les différents coefficients sont égaux à 10^{-7} près à

A = - 33961	I = 10383 + 168614 K
B = 96523	J = 2322 + 17750 K
C = 20923	L = - 16
D = - 34868	M = 25
E = - 128 00	N = - 1001
F = - 25175 - 331217 K	P = - 381 + 1 300 K
G = 3869	Q = - 286 - 22040 K.
H = 1781	

Les courbes limites ont été tracées par quatre valeurs de K conduisant à des domaines de plus en plus réduits. Pour K supérieur à 0,1 a'_3 est toujours négatif. Lorsque K tend vers zéro, la courbe limite tend vers la courbe $a_3 = 0$.

L'équation $a'_3 = 0$ n'a au maximum que deux racines réelles qui sont données par le tableau suivant pour chaque valeur de δ .

δ	$K = 0,02$		$K = 0,04$		$K = 0,06$		$K = 0,08$	
	α_1	α_2	α_1	α_2	α_1	α_2	α_1	α_2
0°	1,97	0,42	1,88	0,52	1,68	0,67	1,25	0,92
15°	2,03	0,43	1,91	0,51	1,76	0,64	1,54	0,86
30°	1,99	0,40	1,85	0,48	1,69	0,63	1,47	0,85
45°	1,80	0,33	1,67	0,43	1,49	0,59	1,16	0,91
60°	1,53	0,21	1,37	0,35	1,14	0,56		
75°	1,18	0,03	0,98	0,25				
90°	0,79	- 0,19	0,51	0,17				
105°	0,42	- 0,47						
120°	0,09	- 0,80						
135°	- 0,16	- 1,17	- 0,39	- 0,94				
150°	- 0,34	- 1,59	- 0,45	- 1,34	- 0,80	- 1,03		
165°	- 0,38	- 1,80	- 0,49	- 1,65	- 0,67	- 1,45		
180°	- 0,42	- 1,97	- 0,52	- 1,84	- 0,67	- 1,68	- 0,92	- 1,25

Conclusion

Les courbes limites tracées dans le plan des puissances (planche 16) nous montrent que le critère d'Hurwitz a'_3 positif est le plus exclusif. Dans le cas d'un fonctionnement intrinsèque sans amortissement il conduit à des domaines, de stabilité extrêmement réduits et en particulier pour des valeurs de α supérieures à 0,4 la machine homopolaire est toujours instable.

3 - Etude expérimentale de la stabilité d'interprétation.

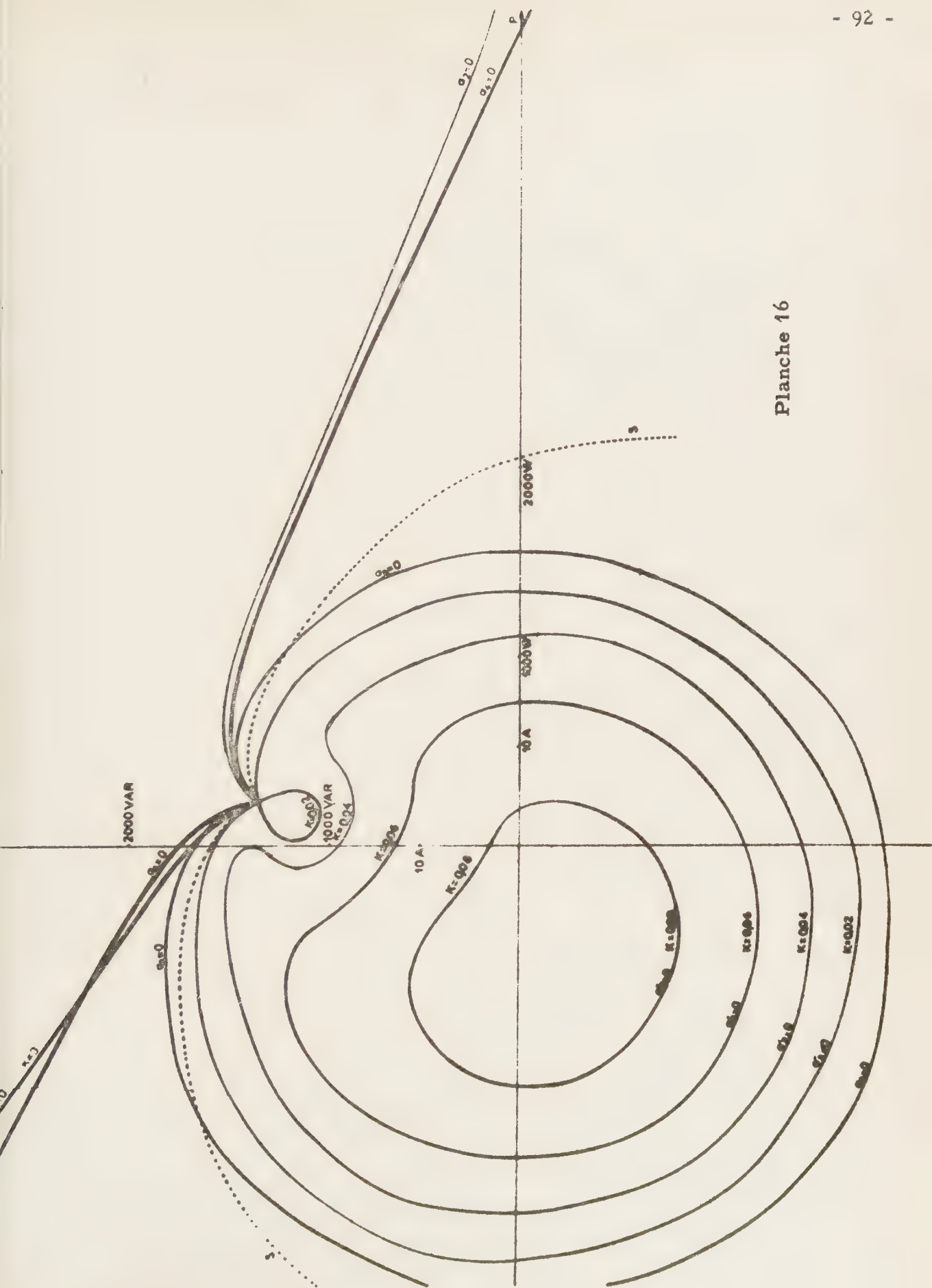
3.1 - Limite expérimentale de la stabilité.

Les essais effectués sur la machine synchrone homopolaire couplée sur le réseau nous permettent de tracer approximativement une courbe S, limite expérimentale de stabilité (planche 16). Cette courbe est extérieure à celle représentative de $a'_3 = 0$ pour les valeurs de α supérieures à 0,4.

Le moment d'inertie de l'ensemble est égal à $0,550 \text{ m}^2 \text{ kg}$ et nous donne une valeur de K égale à 45 pour $V = 17,3 \text{ V}$.

La théorie faite précédemment nous montre, que dans ces conditions, la machine ne peut jamais être stable. On ne peut négliger les phénomènes d'amortissement. Les essais ne répondent pas exactement aux conditions requises par la stabilité intrinsèque car on alimente l'induit à travers des transformateurs.

L'impédance équivalente est variable à cause de l'auto-transformateur. Nous avons constaté à prise fixe, une variation de 1,1 V en passant du point 0 au point Ω' , soit une impédance moyenne de $0,04 \Omega$ que nous pouvons négliger en première approximation devant $\sqrt{R^2 + X_q^2} = 0,62 \Omega$.



3.2 - Instabilité à vide et interprétation.

Nous avons observé, en outre, dans des conditions particulières de fonctionnement un comportement instable à l'intérieur de la zone trouvée précédemment. La génératrice, découplée du réseau continu, est entraînée par la machine synchrone qui ne fournit ainsi que la puissance correspondant aux pertes mécaniques. Le point figuratif de fonctionnement décrit un cercle, centré en C, voisin de celui correspondant à $P' = 0$. Si on augmente le courant d'excitation à partir de zéro, on remarque que des oscillations du rotor sont perceptibles à partir de $\alpha = 1,1$, soit légèrement au delà du point 0. Elles s'amplifient et à la limite le moteur synchrone décroche et s'arrête. Le décrochement est d'autant plus rapide que le courant d'excitation est plus important.

Le fonctionnement électrique est identique dans les deux cas et la différence de comportement est due à un amortissement mécanique qui existe lorsque la génératrice est couplée sur le réseau continu.

Si nous supposons que la machine synchrone est alimentée à courant inducteur constant et reliée à un réseau de puissance infinie, l'équation caractéristique s'écrit de la manière suivante, si on introduit un terme d'amortissement proportionnel à la vitesse

$$\begin{bmatrix} R + s X_d & -X_q & -V_q - s X_q I_q \\ X_d & R + s X_q & V_d + s X_d I_d + sE \\ -\frac{3p}{\omega} (X_d - X_q) I_q & -\frac{3p}{\omega} [(X_d - X_q) I_d + E] & \frac{1}{p} s^2 \omega^2 + \frac{\beta}{p} s \omega \end{bmatrix} = 0$$

Dans le cas où la puissance interne est nulle ($I_q = 0$)

l'équation se réduit à :

$$\Delta(s) = \begin{vmatrix} R + s X_d & -X_q & -\cos \delta \\ X_d & R + s X_q & \sin \delta + s \cos \delta \\ 0 & X_q \sin \delta - R \cos \delta & K_1 s^2 + \mu_1 s \end{vmatrix} = 0$$

avec $K_1 = \frac{J}{3p^2} \frac{\omega^3 R}{V^2}$ et $\mu_1 = \frac{\beta}{3p^2} \frac{\omega^2 R}{V^2}$

Les coefficients du polynome $\Delta(s)$ sont respectivement égaux à

$$\begin{aligned} a_0 &= K_1 X_d X_q \\ a_1 &= K_1 R(X_d + X_q) + \mu_1 X_d X_q \\ a_2 &= K_1 (R^2 + X_d X_q) + \mu_1 R(X_d + X_q) + X_d \cos \delta (R \cos \delta - X_q \sin \delta) \\ a_3 &= \mu_1 (R^2 + X_d X_q) + (R \cos \delta - X_q \sin \delta) (R \cos \delta + X_d \sin \delta) \\ a_4 &= (R \cos \delta - X_q \sin \delta) (X_d \cos \delta + R \sin \delta) \end{aligned}$$

Nous allons calculer les valeurs minimales de μ_1 pour que la condition a'_3 positif soit vérifiée dans le cas où $J = 0,550 \text{ m}^2 \text{ kg}$ soit $K_1 = 53$. a'_3 s'écrit :

$$\begin{aligned} a'_3 &= K_1^2 R(X_d + X_q)(R^2 - X_d^2)(R \cos \delta - X_q \sin \delta)^2 \\ &+ K_1 X_d (R \cos \delta - X_q \sin \delta)^2 (R \cos \delta + X_d \sin \delta) \left[R(X_d + X_q) - X_q (R \cos \delta + X_d \sin \delta) \right] \\ &+ \mu_1 \left\{ K_1^2 R(X_d + X_q)(R^2 + X_d X_q)^2 + K_1 (R \cos \delta - X_q \sin \delta) \left[(R^3 X_d^2 + R^3 X_d X_q \right. \right. \\ &+ R^3 X_q^2 - 2R X_d^3 X_q - 3R X_d^2 X_q^2) \cos \delta + X_d (R^2 X_d^2 - R^2 X_d X_q - X_d^2 X_q^2 - R^2 X_q^2) \sin \delta \\ &+ R(X_d + X_q)(R^2 + X_d X_q) \left. \right] + X_d^2 X_q \cos \delta (R \cos \delta - X_q \sin \delta)(R \cos \delta + X_d \sin \delta) \left. \right\} \\ &+ \mu_1^2 \left\{ K_1 R(X_d + X_q)^2 (R^2 + X_d X_q) + R X_d X_q (R \cos \delta - X_q \sin \delta) \left[R(2X_d + X_q) \cos \delta + X_d^2 \sin \delta \right] \right\} \\ &+ \mu_1^3 R X_d X_q (X_d + X_q) (R^2 + X_d X_q) \end{aligned}$$

Les valeurs limites de μ_1 pour différentes valeurs de δ sont données par le tableau suivant.

δ	$9^{\circ}15'$	8°	4°	0°	-4°	-8°	-12°	-16°
μ_1	0,000	0,0002	0,0077	0,0235	0,0422	0,0806	0,1206	0,2053

La courbe de la planche 17 représente la variation de μ_1 en fonction de α .

Dans le cas d'un amortissement mécanique indépendant du courant d'excitation de la machine synchrone, lorsque le fonctionnement est stable pour $\alpha = 0$, il en est de même jusqu'à $\alpha = 1,25$. Pour α supérieur à cette valeur il faut un amortissement mécanique supplémentaire. Ce phénomène explique l'instabilité qui apparaît aux environs de $\alpha = 1,1$ dans le fonctionnement à vide.

L'amortissement mécanique propre à la machine synchrone et dû à des frottements visqueux ne suffit pas pour stabiliser le fonctionnement dans tout ce domaine. En effet, la valeur μ_1 déterminée par la méthode de ralentissement, est égale à 0,0021 et permet un fonctionnement stable pour α compris entre 0,16 et 0,34.

Il faut supposer qu'il existe un amortissement électrique pour expliquer la stabilité de la machine synchrone à vide. Le rotor ne comporte pas d'enroulement mais bien que feuilleté, joue le rôle d'amortisseur à cause des courants de Foucault. Leurs effets ne sont pas suffisamment importants pour fournir le couple de démarrage nécessaire pour amener le rotor à sa vitesse de synchronisme, mais permettent de stabiliser le fonctionnement.

Variation de μ_1 en fonction de α .

- 96 -

planche 17



Conclusion.

Notre travail a consisté dans l'étude du fonctionnement d'une machine synchrone homopolaire.

Dans la première partie, nous avons étudié la forme de la tension à vide, pour une machine idéalisée et déterminé ses équations de fonctionnement en régime stationnaire par application des transformations de Concordia et de Park.

Lorsqu'on se limite au fondamental, ces équations ne diffèrent de celles de la machine à pôles saillants, classique, que par les valeurs comparées de X_d et X_q , de la théorie de Park. La machine homopolaire se caractérise par $X_q > X_d$ ce qui conduit à des caractéristiques particulières dans les différents plans des courants, tensions et puissances.

L'étude de la stabilité par la méthode des petits mouvements nous a permis de déterminer la matrice de transfert de la machine homopolaire et d'obtenir les domaines stables pour un fonctionnement intrinsèque en l'absence d'amortisseurs. La comparaison des résultats théoriques avec les résultats expérimentaux montre l'importance des amortissements mécanique et électrique. Les calculs deviennent rapidement très complexes si on veut tenir compte des amortisseurs et des contraintes extérieures imposées par le réseau et la charge. Ils ne seraient exploitables qu'à l'aide d'une calculatrice numérique. L'étude que nous avons faite suppose nuls les harmoniques des courants. Or ceux-ci créent des couples synchrones parasites non négligeables, lorsque le fondamental tend vers zéro.

Notre étude est essentiellement analytique et nous n'avons pas orienté notre recherche sur la rentabilité des machines à modulation de

flux, qui occupent pour une même puissance un volume plus important et nécessitent plus de fer et plus de cuivre que les machines à flux alterné. L'absence de contacts glissants permet des vitesses élevées et réduit l'entretien. Pour ces raisons elles peuvent être préférées aux machines classiques lorsque le poids et le prix ne sont pas des arguments prépondérants.



BIBLIOGRAPHIE

- - - - -

- (1). MAUDUIT A. Electrotechnique Appliquée Chapitre III p. 259
Dunod Paris 1904.
- (2). GUILBERT A. Machines Synchrones chapitre I paragraphe 16 page 81
et chapitre II paragraphe 34 page 311 Dunod Paris 1955.
- (3). KOUSKOFF G. Etude des Machines Electriques, 3ème partie Chapitre II
cours professé à l'E. N. S. E. M. Nancy (non édité).
- (4). FRUHLING A. Cours d'Electricité, tome I, chapitre 19 page 332
Dunod Paris 1966.
- (5). CUDEFIN E. Cours d'Electrotechnique chapitre IV, professé à l'E. N. S. E. M.
Nancy (certificat d'Electrotechnique).
- (6). LYON H. Transient Analysis of alternating current machinery chapitre VII
page 173 John Wiley et Sons Inc. New-York 1954.
- (7). WHITE ET WOODSON. Electromechanical Energy Conversion chapitre III
page 215, chapitre IV page 254, chapitre XI page 603
John Wiley et Sons Inc. New-York 1959.
- (8). FITZGERALD et Electric Machinery chapitre V page 223 Mc Graw-Hill
KINGSLEY Book Company, Inc. New-York, Toronto London, second
édition 1961.
- (9). PARK R. Two Reaction theory of synchronous machines. Generalized
method of analysis. Transactions A. I. E. E. volume 48
1929, page 716.
- (10). CUDEFIN E. Cours d'Electrotechnique approfondie professé aux élèves
de 3ème année E. N. S. E. M. Nancy (non édité).
- (11). RICHTER R. Elektrische Maschinen Zweiter Band
II D 6 b, c page 235 Verlag Birkhäuser
II K 1, c page 417 Basel Stuttgart 1953.

- (12). HANCOCK N. V. Matrix analysis of electrical machinery chapitre XI
page 179 Pergamon Press, Oxford-London
Paris Frankfurt 1964
- (13). LAIBLE TH. Die Théorie der Synchronmaschine im nichtstationären
Betrieb Springer Verlag - Berlin Göttingen Heidelberg
1952.
- (14). GUDEFIN E. cours de D.E.A. d'Electrotechnique de la Faculté des Sciences
de Nancy, chapitre IV, Transitoires dans les machines
synchrones à pôles saillants (non édité).
- (15). CHENG D. K. Analysis of linear systèmes chapitres IX-VI page 280.
Addison- Wesley Publisching Company - Inc Reading,
Massachusetts U.S.A. London 1959.
- (16). GUILLEMIN A. The mathematik of circuit analysis chapitre VI art. 26
John Wiley and Sons Inc New-York 1949.
-

Vu et Approuvé

NANCY, le 1er Juin 1967

Le DOYEN de la Faculté
des Sciences de Nancy

signé : J. AUBRY.

Vu et Permis d'Imprimer

Nancy, le 5 Juin 1967

Le RECTEUR

Président du Conseil de

l'Université

P. IMBS

